# 4 Vågor och partiklar

401. Synligt ljus har våglängder i intervallet 400 nm – 750 nm.

Frekvensen är $f = \frac{c}{\lambda}$.

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{750 \cdot 10^{-9}} \text{ Hz} = 4 \cdot 10^{14} \text{ Hz} = 400 \text{ THz}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} \text{ Hz} = 7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz} = 750 \text{ THz}$$

Svar: mellan 400 THz och 750 THz

402. Frekvensen är $f = \frac{c}{\lambda}$.

a) $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{1000 \cdot 10^3} \text{ Hz} = 300 \text{ Hz}$

b) $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{1 \cdot 10^{-6}} \text{ Hz} = 3 \cdot 10^{14} \text{ Hz} = 300 \text{ THz}$

c) $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,0 \cdot 10^8}{1 \cdot 10^{-12}} \text{ Hz} = 3 \cdot 10^{20} \text{ Hz}$

Svar: a) 300 Hz  b) 300 THz  c) $3 \cdot 10^{20}$ Hz

403. a) Strålning med våglängden 1 km kallas radiovågor.
b) Strålning med våglängden 1 μm kallas infraröd strålning.
c) Strålning med våglängden 1 pm kallas gammastrålning.

Svar: a) radiovågor  b) infraröd strålning
c) gammastrålning

404. Effekt dividerad med area

405. Arean av en sfär är $A = 4\pi r^2$.

Intensiteten på avståndet $r$ är $I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$

a) På avståndet 50 m är intensiteten

$$I = \frac{20}{4\pi \cdot 50^2} \text{ W/m}^2 = 6,4 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2 = 0,64 \text{ mW/m}^2$$

b) På avståndet 2 km är intensiteten

$$I = \frac{20}{4\pi \cdot 2000^2} \text{ W/m}^2 = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ W/m}^2 = 0,4 \text{ μW/m}^2$$

Svar: a) 0,64 mW/m$^2$  b) 0,4 μW/m$^2$

406. Intensiteten är $I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$.

Vi ser av denna formel att då avståndet $r$ ökar med 52%, dvs. med en faktor 1,52, så kommer intensiteten att minska med en faktor $\frac{1}{1,52^2} = 0,433$

Intensiteten på Mars är då
$1,37 \cdot 0,433$ kW/m$^2$ = 0,59 kW/m$^2$

Svar: 0,59 kW/m$^2$

407. $I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{3,9 \cdot 10^{26}}{4\pi r^2} = \frac{3,1 \cdot 10^{25}}{r^2}$

Svar: $I = \frac{3,1 \cdot 10^{25}}{r^2}$

408. Se lärobokens facit.

409. Det ljus som träffar förstoringsglaset går genom förstoringsglaset hamnar i ljuspricken. Eftersom denna ljusprick har en radie som är 30 gånger mindre, kommer dess area att vara $30^2 = 900$ gånger mindre. Intensiteten blir då 900 gånger större, dvs. 900 kW/m$^2$.

Svar: 900 kW/m$^2$

410-411. Se lärobokens facit.

412. Om två koherenta ljusstrålar ska mötas och ge upphov till konstruktiv interferens, måste den ena ljusstrålen färdas en sträcka som är ett helt antal våglängder längre än den andra.

Svar: $n \cdot \lambda$, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

413. Gitterformeln (som också gäller för dubbelspalter):
$d \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda$
a) Om spaltavståndet $d$ görs mindre, kommer sin $\alpha$ (och därmed vinkeln $\alpha$ till första maximum) att bli större (om våglängden $\lambda$ är oförändrat). Avståndet till första maximum blir alltså större.
b) Av formeln ovan följer att om vi låter våglängden $\lambda$ vara kortare, kommer vinkeln $\alpha$ också att bli mindre. Avståndet till första maximum blir således mindre.

Svar: a) avståndet blir större än 12 mm  b) avståndet blir mindre än 12 mm

414. Med gitterkonstant menar man avståndet mellan två närliggande ritsar i ett gitter.

415. Gitterformeln $d \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda$

a) Vi sätter in $k = 1$, $\lambda = 532 \cdot 10^{-9}$ m och $\alpha = 16{,}5^{\circ}$.

$$d = \frac{k \cdot \lambda}{\sin\alpha} = \frac{1 \cdot 532 \cdot 10^{-9}}{\sin 16{,}5^{\circ}} \text{ m} = 1{,}87 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 1{,}87 \text{ µm}$$

b) $$\sin\alpha = \frac{k \cdot \lambda}{d} = \frac{2 \cdot 532 \cdot 10^{-9}}{1{,}87 \cdot 10^{-6}} = 0{,}5680$$

$$\alpha = 34{,}6^{\circ}$$

c) Största möjliga värde på $k$ får vi då $\sin\alpha = 1$.
Gitterformeln ger då att

$$k = \frac{d \cdot \sin\alpha}{\lambda} = \frac{1{,}87 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{532 \cdot 10^{-9}} \text{ m} = 3{,}52$$

$k$ måste vara ett heltal. Största möjliga heltal är $k = 3$. Det finns då 3 st maxima på varje sida om centralmaximum ($k = 0$). Totalt finns alltså $(3 + 3 + 1) = 7$ st maxima.

Svar: a) 1,87 µm  b) 34,6°  c) 7 st

416. Våglängderna är $1{,}23 \cdot 10^{-6}$ m = 1230 nm, $5{,}98 \cdot 10^{-6}$ m = 5980 nm och $7{,}02 \cdot 10^{-6}$ m = 7020 nm. Ingen av dessa är synligt ljus. Synligt ljus är våglängder mellan 400 nm och 750 nm.

Svar: Ingen av våglängderna är synligt ljus.

417. a) Tabellsamlingen anger våglängderna för de båda natriumlinjerna till 589,0 nm och 589,6 nm.

b) Vinkelskillnaden mellan de två avlästa värden är
$211{,}2^{\circ} - 176{,}8^{\circ} = 34{,}4^{\circ}$
Vinkeln mellan första ordningens linje och centralmaximet är $\frac{34{,}4^{\circ}}{2} = 17{,}2^{\circ}$

c) Medelvärdet av de båda våglängderna i a) är $\lambda = 589{,}3$ nm
Gitterformeln ger att

$$d = \frac{k \cdot \lambda}{\sin\alpha} = \frac{1 \cdot 589{,}3 \cdot 10^{-9}}{\sin 17{,}2^{\circ}} \text{ m} = 2{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 2{,}0 \text{ µm}$$

d) Vi beräknar vinkeln $\alpha$ till andra, tredje och fjärde ordningens linjer.

$$\sin\alpha = \frac{k \cdot \lambda}{d} = \frac{2 \cdot 589{,}3 \cdot 10^{-9}}{2{,}0 \cdot 10^{-6}} = 0{,}5914$$

$$\sin\alpha = \frac{k \cdot \lambda}{d} = \frac{3 \cdot 589{,}3 \cdot 10^{-9}}{2{,}0 \cdot 10^{-6}} = 0{,}8871$$

$$\sin\alpha = \frac{k \cdot \lambda}{d} = \frac{4 \cdot 589{,}3 \cdot 10^{-9}}{2{,}0 \cdot 10^{-6}} = 1{,}1828$$

$\sin\alpha < 1$ till andra och tredje ordningens linjer. Dessa linjer kan man alltså se.
$\sin\alpha > 1$ till fjärde ordningens linje. Denna linje kan man alltså inte se.

Svar: a) 589,0 nm och 589,6 nm  b) 17,2°  c) 2,0 µm
d) andra och tredje ordningens linjer kan de se, men inte fjärde ordningens.

418. Gitterformeln $d \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda$ gäller för en dubbelspalt.
$d$ är avståndet mellan spalterna.
1,0 m = 1000 mm.
För första ordningens maximum kan vi beräkna avböjningsvinkeln $\alpha$ genom

$$\tan\alpha = \frac{1{,}6}{1000} \Rightarrow \alpha = 0{,}0917^{\circ}$$

Vi får då spaltavståndet

$$d = \frac{k \cdot \lambda}{\sin\alpha} = \frac{1 \cdot 532 \cdot 10^{-9}}{\sin 0{,}0917^{\circ}} \text{ m} = 3{,}325 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0{,}3325 \text{ mm}$$

Vi kontroller detta med avläsningen till andra ordningens maximum.

$$\tan\alpha = \frac{3{,}1}{1000} \Rightarrow \alpha = 0{,}1776^{\circ}$$

Spaltavståndet

$$d = \frac{k \cdot \lambda}{\sin\alpha} = \frac{2 \cdot 532 \cdot 10^{-9}}{\sin 0{,}1776^{\circ}} \text{ m} = 3{,}43 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0{,}343 \text{ mm}$$

Vi avrundar och anger spaltavståndet till 0,3 mm.

Svar: 0,3 mm

419. Från en våglängdstabell finner man att de fyra uppmätta våglängderna alla finns i helium. Ämnet är troligtvis helium.

Svar: helium

420. Gitterkonstanten är $d = \frac{1}{600000}$ m $= 1{,}67 \cdot 10^{-6}$ m.

Gitterformeln $d \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda$ ger för de olika avböjningsvinklarna:

1) $1{,}67 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 18{,}0^{\circ} = 1 \cdot \lambda$
$\lambda = 5{,}15 \cdot 10^{-7}$ m = 515 nm

2) $1{,}67 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 18{,}2^{\circ} = 1 \cdot \lambda$
$\lambda = 5{,}21 \cdot 10^{-7}$ m = 521 nm

3) $1{,}67 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 20{,}3^{\circ} = 1 \cdot \lambda$
$\lambda = 5{,}78 \cdot 10^{-7}$ m = 578 nm

Vi finner i en våglängdstabell att dessa tre våglängder förekommer hos koppar.

Svar: koppar

421. För en enkelspalt gäller att minima uppträder i de riktningar för vilka $d \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda$.

a) $\lambda = \dfrac{d \cdot \sin\alpha}{k} = \dfrac{2,9 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 12,3^{\circ}}{1}$ m =

$= 6,18 \cdot 10^{-7}$ m = 620 nm

b) $\sin\alpha = \dfrac{k \cdot \lambda}{d} = \dfrac{1 \cdot 5,60 \cdot 10^{-7}}{2,9 \cdot 10^{-6}} = 0,1931$

$\alpha = 11,1^{\circ}$

Svar: a) 620 nm b) $11^{\circ}$

422. För spalten gäller $d \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda$

$d = \dfrac{k \cdot 589 \cdot 10^{-9}}{\sin\alpha}$

Minsta värdet på d får vi då sin $a$ = 1 och då $k$ = 1, dvs. $d_{min}$ = 589 nm.

Svar: Spalten måste vara bredare än 589 nm

423. a) Ju mindre hålet är desto större blir diffraktionen. Eftersom denna är stor på höjden och liten på bredden är hålet störst på bredden.

b) Mätning i figuren visar att det horisontella avståndet från centrum till andra mörka bandet är 13 mm och det vertikala avståndet från centrum till det andra mörka bandet är 18 mm. För avböjningsvinkeln $\alpha$ gäller då horisontellt:

$\tan\alpha = \dfrac{13}{1500} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0,497^{\circ}$

hålets bredd:

$d = \dfrac{k \cdot \lambda}{\sin\alpha} = \dfrac{2 \cdot 405 \cdot 10^{-9}}{\sin 0,497^{\circ}}$ m $= 9,3 \cdot 10^{-5}$ m = 93 µm

vertikalt:

$\tan\alpha = \dfrac{18}{1500} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0,688^{\circ}$

hålets höjd:

$d = \dfrac{k \cdot \lambda}{\sin\alpha} = \dfrac{2 \cdot 405 \cdot 10^{-9}}{\sin 0,688^{\circ}}$ m $= 6,8 \cdot 10^{-5}$ m = 68 µm

Svar: a) på bredden b) 93 µm brett och 68 µm högt

424. a) $f_o = \dfrac{c}{\lambda_o} = \dfrac{3,0 \cdot 10^{8}}{589 \cdot 10^{-9}}$ Hz $= 5,09 \cdot 10^{14}$ Hz = 509 THz

b) $\lambda_o$ = 589 nm, $\lambda$ är den uppmätta våglängden.

Dopplereffekten:

$$\frac{\lambda}{\lambda_o} = \frac{\sqrt{1+\frac{v}{c}}}{\sqrt{1-\frac{v}{c}}} = \frac{\sqrt{1+\frac{0,5 \cdot c}{c}}}{\sqrt{1-\frac{0,5 \cdot c}{c}}} = \frac{\sqrt{1,5}}{\sqrt{0,5}} = \sqrt{3}$$

$\lambda = \lambda_o \cdot \sqrt{3} = 589 \cdot \sqrt{3}$ nm = 1020 nm

c) Vi åker mot lampan med hastigheten $v$ = 40 m/s. Vi mäter då en högre frekvens $f$.
Hastigheten är liten och vi behöver inte räkna relativistiskt.

$\dfrac{f}{f_o} = (1 + \dfrac{v}{c}) \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\Delta f}{f_o} = \dfrac{v}{c}$

$\Delta f = \dfrac{v}{c} \cdot f_o = \dfrac{40}{3,0 \cdot 10^{8}} \cdot 5,09 \cdot 10^{14}$ Hz = 68 MHz

Svar: a) 509 THz b) 1020 nm c) 68 MHz

425. Vi räknar relativistiskt.
Vi rör oss bort från ljuskällan med hastigheten $v$.

$$\frac{\lambda}{\lambda_o} = \frac{\sqrt{1+\frac{v}{c}}}{\sqrt{1-\frac{v}{c}}} = 2$$

$$\sqrt{1+\frac{v}{c}} = 2 \cdot \sqrt{1-\frac{v}{c}}$$

Kvadrering ger

$1 + \dfrac{v}{c} = 4 \cdot (1 - \dfrac{v}{c})$

$1 + \dfrac{v}{c} = 4 - 4 \cdot \dfrac{v}{c}$

$5 \cdot \dfrac{v}{c} = 3 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{v}{c} = 0,60$

Hastigheten måste vara 60% av ljushastigheten.

Svar: 60% av ljushastigheten

426. Vi rör oss mot ljuskällan med hastigheten $v$.
Den mätta frekvensen $f$ ska vara dubbelt så stor som $f_o$.

$$\frac{f_o}{f} = \frac{\sqrt{1+\frac{(-v)}{c}}}{\sqrt{1-\frac{(-v)}{c}}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{f_o}{f} = \frac{\sqrt{1-\frac{v}{c}}}{\sqrt{1+\frac{v}{c}}} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{1+\frac{v}{c}}}{\sqrt{1-\frac{v}{c}}} = 2$$

Vi får då precis samma ekvation som i uppgift 425 ovan och samma svar.

Svar: 60% av ljushastigheten

427. a) Den mätta frekvensen är lägre än den utsända frekvensen. Det innebär att våglängden har ökat.

$\frac{\lambda}{\lambda_o} = 1 + \frac{v}{c}$ är större än 1, dvs. $v$ är positiv.

Bilen rör sig bort från poliserna.

b) Den uppmätta frekvensen har minskat med 2740 Hz. När den utsända signalen når bilen uppmäts där en lägre frekvens som har minskat med $\Delta f$. Signalen reflekteras tillbaka till poliserna. De uppmäter en frekvens som ytterligare har minskat med $\Delta f$.

$2 \cdot \Delta f = 2740 \text{ Hz} \quad \Rightarrow \quad \Delta f = 1370 \text{ Hz}$

$$\frac{f_o}{f} = 1 + \frac{v}{c} \quad \Rightarrow \quad \frac{v}{c} = \frac{f_o}{f} - 1 = \frac{f_o - f}{f} = \frac{\Delta f}{f} =$$

$$= \frac{1370}{11{,}8 \cdot 10^9} = 1{,}16 \cdot 10^{-7}$$

$v = 1{,}16 \cdot 10^{-7} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 34{,}8 \text{ m/s} =$

$= 34{,}8 \cdot 3{,}6 \text{ km/h} = 125 \text{ km/h}$

Svar: a) bort från poliserna b) 125 km/h

428-430. Se lärobokens facit.

-431. Wiens förskjutningslag:

$\lambda_m \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$

$$T = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{\lambda_m} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{430 \cdot 10^{-9}} \text{ K} = 6700 \text{ K}$$

Svar: 6700 K

432. a) Vi betraktar plattan som en svart kropp och tillämpar Stefan-Boltzmanns lag. $M = \sigma \cdot T^4$

$$T = \left(\frac{M}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} =$$

$$\left(\frac{20{,}0 \cdot 10^3}{5{,}67 \cdot 10^{-8}}\right)^{0{,}25} = 771 \text{ K} = (771 - 273)\ ^oC = 498\ ^oC$$

b) Spisplattans area

$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0{,}10^2 \text{ m}^2 = 0{,}0314 \text{ m}^2$

Effekten $P = M \cdot A = 20{,}0 \cdot 10^3 \cdot 0{,}0314$ W = 628 W

Svar: a) 500 $^o$C b) 630 W

433. a) 3500 $^o$C = (3500 + 273) K = 3773 K

Wiens förskjutningslag ger att $\lambda_m \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$

$$\lambda_m = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{T} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{3773} \text{ m} = 7{,}68 \cdot 10^{-7} \text{ m} =$$

= 768 nm

b) $M = \sigma \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 3773^4 \text{ W/m}^2 = 11{,}5 \text{ MW/m}^2$

Svar: a) 768 nm b) 11,5 MW/m$^2$

434. Elementets temperatur är 60 $^o$C = (273 + 60) K = 333 K

Vi betraktar elementet som en svart kropp.

Stefan-Boltzmanns lag:

$M = \sigma \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 333^4 \text{ W/m}^2 = 697 \text{ W/m}^2$

Effekten $P = M \cdot A = 697 \cdot 1{,}2 \text{ W} = 837 \text{ W}$

b) Wiens förskjutningslag:

$\lambda_m \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$

$$\lambda_m = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{T} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{333} \text{ m} = 8{,}7 \cdot 10^{-6} \text{ m} =$$

= 8,7 μm

Svar: a) 840 W b) 8,7 μm

435. Stefan-Boltzmanns lag ger

$M = \sigma \cdot T^4$

$$T = \left(\frac{M}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{0{,}75 \cdot 10^3}{5{,}67 \cdot 10^{-8}}\right)^{0{,}25} \text{ K} = 339 \text{ K} =$$

= (339 – 273) $^o$C = 66 $^o$C

Svar: 66 $^o$C

436. a) Temperaturen $T$ = (1300 + 273) K = 1573 K.

Wiens förskjutningslag lag ger

$\lambda_m \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$

$$\lambda_m = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{T} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{1573} \text{ m} = 1{,}84 \cdot 10^{-6} \text{ m} =$$

= 1,8 μm

b) Den totala emittansen ges av Stefan-Boltzmanns lag.

$M = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 = 0{,}93 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 1573^4 \text{ W/m}^2 =$

$= 323 \text{ kW/m}^2$

Svar: a) 1,8 μm b) 320 kW/m$^2$

437. För en absolut svart kropp gäller enligt Stefan-Boltzmanns lag att emittansen

$$M = \frac{P}{A} = \sigma \cdot T^4$$

$P = M \cdot A = A \cdot \sigma \cdot T^4$

Eftersom effekten 60 W endast är 40% av denna effekt får vi att glödtrådens verkliga effekt är

$P = 0{,}40 \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4$

$$T = \left(\frac{P}{0{,}40 \cdot A \cdot \sigma}\right)^{1/4} =$$

$$= \left( \frac{60}{0{,}40 \cdot 1{,}35 \cdot 10^{-4} \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}} \right)^{1/4} \text{ K} =$$

$$= 2103 \text{ K} = 1830 \text{ }^{o}\text{C}$$

Svar: 1830 $^{o}$C

438. a) Glas kan ha brytningsindex 1,50.
Diamant har högre brytningsindex, 2,40.
Luft har brytningsindex 1,00 (noggrannare bestämt ca 1,0003 för synligt ljus och normalt lufttryck.
Vatten har brytningsindex 1,33.
Vakuum har brytningsindex exakt 1.
Brytningsindex för genomskinliga ämnen är större än 1.
Så stora brytningsindex som 3,80 finns knappast.

Svar: glas: 1,50, diamant: 2,40, luft: 1,00, vatten: 1,33, vakuum: 1,00

439. Brytningsindex för luft är 1 och för plexiglas $n$.

Brytningslagen: $1 \cdot \sin 30{,}0^{o} = n \cdot \sin 18{,}7^{o}$

$$n = \frac{\sin 30{,}0^{o}}{\sin 18{,}7^{o}} = 1{,}56$$

Svar: 1,56

440. Den första infallsvinkeln är 45$^{o}$. Reflektionsvinkeln $r_1$ är lika stor. Strålen bryts och brytningsvinkeln är $b_1$.
Denna vinkel bestäms med brytningslagen.

$$1 \cdot \sin 45^{o} = 1{,}5 \cdot \sin b_1$$

$$\sin b_1 = \frac{1 \cdot \sin 45^{o}}{1{,}5} = 0{,}4714 \Rightarrow \quad b_1 = 28^{o}$$

Infallsvinkeln $i_2 = b_1 = 28^{o}$ (de är alternatvinklar vid parallella linjer).
Reflektionsvinkeln $r_2 = i_2 = 28^{o}$.
Brytningsvinkeln $b_2$ bestäms med brytningslagen:

$$1{,}5 \cdot \sin 28^{o} = 1 \cdot \sin b_2$$

$$\sin b_2 = \frac{1{,}5 \cdot \sin 28^{o}}{1} = 0{,}7071 \Rightarrow \quad b_2 = 45^{o}$$

Infallsvinkeln $i_3 = r_2 = 28^{o}$ (de är alternatvinklar vid parallella linjer).
Brytningsvinkeln $b_3$ bestäms med brytningslagen:

$$1{,}5 \cdot \sin 28^{o} = 1 \cdot \sin b_3$$

$$\sin b_3 = \frac{1{,}5 \cdot \sin 28^{o}}{1} = 0{,}7071 \Rightarrow \quad b_3 = 45^{o}$$

Svar: Alla små vinklar är 28$^{o}$, alla större vinklar är 45$^{o}$.

441. Brytningsindex för diamant är $n$ = 2,4.
Ljusets hastighet i diamant är

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{8}}{2{,}4} \text{ m/s} = 1{,}2 \cdot 10^{8} \text{ m/s} = 120 \text{ Mm/s}$$

Svar: 120 Mm/s

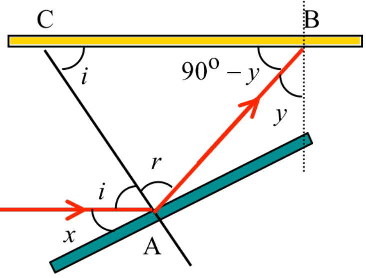
442. Vi delar upp problemet på två fall beroende på hur stor vinkeln $x$ är.

I. $0^{o} < x \le 45^{o}$

Infallsvinkeln $i = 90^{o} - x$.

Reflektionsvinkeln $r = i = 90^{o} - x$.

Vinkeln vid C i triangeln ABC är också $i$.
(alternatvinklar vid parallella linjer).




Vinkeln vid B i triangeln ABC är $90^{o} - y$.

Vinkelsumman i triangeln ABC är 180$^{o}$.

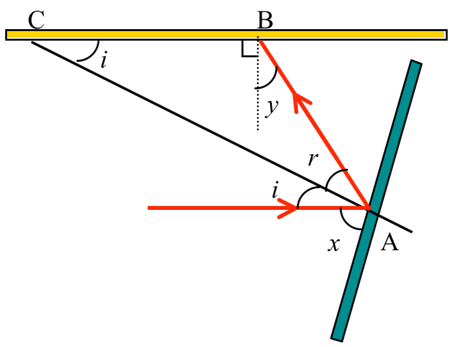
$= (90^{o} - x) + (90^{o} - x) + (90^{o} - y) = 180^{o}$
vilket ger att

$y = 90^{o} - 2x$

II. $45^{o} \le x \le 90^{o}$
Vi ritar då en ny figur.

Infallsvinkeln $i = 90^{o} - x$.

Reflektionsvinkeln $r = i = 90^{o} - x$.
Vinkeln vid C i triangeln ABC är också $i$.
(alternatvinklar vid parallella linjer).




Vinkelsumman i triangeln ABC är 180$^{o}$.
$= (90^{o} - x) + (90^{o} - x) + 90^{o} + y = 180^{o}$
vilket ger att

$y = 2x - 90^{o}$

Svar: $y = 90^{o} - 2x$ om $0^{o} < x \le 45^{o}$ och $y = 2x - 90^{o}$ om $45^{o} \le x \le 90^{o}$

443. Den optiska vägen i ett ämne är

$$s_{\text{opt}} = n \cdot s + a \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Av detta framgår att den optiska vägen blir längre då brytningsindex $n$ är stort.

Svar: Den blir längre

444. Se lärobokens facit.

445. a) Stråle A reflekteras mot glaset som är ett tätare medium. Stråle A fasförskjuts då en halv våglängd. Den optiska vägen för stråle A är

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{720}{2} \text{ nm} = 360 \text{ nm}$$

Stråle B reflekteras ingenstans mot ett tätare medium och genomgår därför inte någon fasförskjutning. Däremot går stråle B två gånger genom glaset. Den optiska vägen är då $2 \cdot n \cdot s = 2 \cdot 1{,}5 \cdot 2{,}4\ \mu\text{m} = 7{,}2\ \mu\text{m} = 7200$ nm

b) Den optiska vägskillnaden är

$(7200 - 360)$ nm = 6840 nm.

Detta motsvarar $\dfrac{6840}{720} = 9{,}5$ våglängder.

Den "halva våglängden" anger att stråle A och B släcker ut varandra.

Svar: a) A: 360 nm, B: 7200 nm b) de släcker ut varandra

446. a) Fasvändning sker om reflektionen sker mot ett tätare medium. Bensinen har högre brytningsindex än vatten. Fasvändning sker därför endast vid reflektionen mot den övre ytan.

b) Den ena strålen fasvänds $\dfrac{\lambda}{2}$.

Den andra passerar den optiska vägen $2n \cdot s$.

Den optiska vägskillnaden är

$$2n \cdot s - \frac{\lambda}{2} = 2 \cdot 1{,}5 \cdot 1375 \text{ nm} - \frac{\lambda}{2} = 4125 \text{ nm} - \frac{\lambda}{2}$$

c) Destruktiv interferens i det reflekterade ljuset får vi

om $4125 \text{ nm} - \dfrac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda + \dfrac{\lambda}{2}$

$4125 \text{ nm} = (k + 1) \cdot \lambda \quad k = 0, 1, 2, ...$

Om vi dividerar 4125 nm med de givna våglängderna $\lambda$ och därvid får ett heltal, kommer denna våglängd att släckas ut.

$\dfrac{4125}{634} = 6{,}5 \qquad \dfrac{4125}{589} = 7{,}0$ heltal!

$\dfrac{4125}{530} = 7{,}8$

589 nm släcks ut i det reflekterade ljuset.

Svar: a) den som reflekteras mot den övre ytan

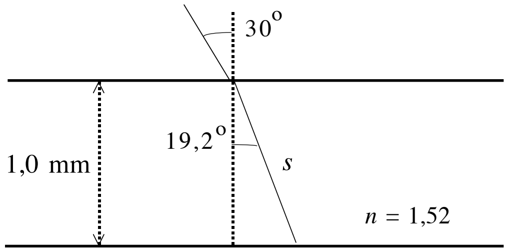
b) $4125 \text{ nm} - \dfrac{\lambda}{2}$ c) 589 nm

447. a) Optiska vägen är $n \cdot s = 1{,}52 \cdot 1{,}00$ mm = 1,52 mm

b) Om infallsvinkeln är 30° blir den geometriska vägen $s$ längre. Se figur.

Brytningsvinkeln $b$ ges av brytningslagen:

$1 \cdot \sin 30^\circ = 1{,}52 \cdot \sin b \quad \Rightarrow \quad b = 19{,}2^\circ$




Den geometriska sträckan $s$ genom glasskivan får vi ur:

$$\cos 19{,}2^\circ = \frac{1{,}0}{s} \quad \Rightarrow \quad s = \frac{1{,}0}{\cos 19{,}2^\circ} \text{ mm} = 1{,}06 \text{ mm}$$

Den optiska vägen är $n \cdot s = 1{,}52 \cdot 1{,}06$ mm = 1,61 mm

Svar: a) 1,5 mm b) 1,6 mm

448. Konstruktiv interferens får vi då $\Delta s_{\text{opt}} = k \cdot \lambda$

och destruktiv interferens för $\Delta s_{\text{opt}} = (k + ½) \cdot \lambda$

Vi genomför beräkningarna för $k$ = 1, 2, och 3.

Konstruktiv interferens:

$k = 1$:

$$1500 - \frac{\lambda}{2} = 1 \cdot \lambda \quad \Rightarrow \quad 1{,}5 \cdot \lambda = 1500 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 1000 \text{ nm}$$

$k = 2$:

$$1500 - \frac{\lambda}{2} = 2 \cdot \lambda \quad \Rightarrow \quad 2{,}5 \cdot \lambda = 1500 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 600 \text{ nm}$$

$k = 3$:

$$1500 - \frac{\lambda}{2} = 3 \cdot \lambda \quad \Rightarrow \quad 3{,}5 \cdot \lambda = 1500 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 429 \text{ nm}$$

Destruktiv interferens:

$k = 1$:

$$1500 - \frac{\lambda}{2} = (1 + \frac{1}{2}) \cdot \lambda \;\Rightarrow\; 2 \cdot \lambda = 1500 \;\Rightarrow\; \lambda = 750 \text{ nm}$$

$k = 2$:

$$1500 - \frac{\lambda}{2} = (2 + \frac{1}{2}) \cdot \lambda \;\Rightarrow\; 3 \cdot \lambda = 1500 \;\Rightarrow\; \lambda = 500 \text{ nm}$$

$k = 3$:

$$1500 - \frac{\lambda}{2} = (3 + \frac{1}{2}) \cdot \lambda \;\Rightarrow\; 4 \cdot \lambda = 1500 \;\Rightarrow\; \lambda = 375 \text{ nm}$$

449-450. Se lärobokens facit.

451. Den fotoelektriska effekten kan skrivas

$hf = E_o + E_k$, där $hf$ är fotonernas energi, $E_o$ är utträdesarbetet och $E_k$ är fotoelektronernas rörelseenergi.

$E_o = hf - E_k = (6{,}7 - 2{,}6)$ eV = 4,1 eV

Svar: 4,1 eV

452. a) Fotonens energi är

$E = hf = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 959 \cdot 10^{6}$ J $= 6{,}35 \cdot 10^{-25}$ J

$E = \dfrac{6{,}35 \cdot 10^{-25}}{e} = \dfrac{6{,}35 \cdot 10^{-25}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}}$ eV = 4,0 μeV

b) Rörelsemängden

$p = \dfrac{E}{c} = \dfrac{6{,}35 \cdot 10^{-25}}{3{,}00 \cdot 10^{8}}$ kgm/s $= 2{,}1 \cdot 10^{-33}$ kgm/s

Svar: a) $6{,}35 \cdot 10^{-25}$ J = 4,0 μeV

b) $2{,}1 \cdot 10^{-33}$ kgm/s

453. a) Impulsen är ändringen av rörelsemängd.

$p_{\text{före}} = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{h}{120 \cdot 10^{-9}}$

$p_{\text{efter}} = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{h}{350 \cdot 10^{-9}}$

$\Delta p = \dfrac{h}{350 \cdot 10^{-9}} - \dfrac{h}{120 \cdot 10^{-9}} =$

$= \left( \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{350 \cdot 10^{-9}} - \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{120 \cdot 10^{-9}} \right)$ kgm/s =

$= -3{,}6 \cdot 10^{-27}$ kgm/s

Elektronen fick impulsen $3{,}6 \cdot 10^{-27}$ Ns

b) Fotonens energi $E = p \cdot c$

Fotonens rörelsemängd har minskat med $3{,}6 \cdot 10^{-27}$ kgm/s.

Det innebär att dess energi har minskat med

$3{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot c = 3{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8}$ J $= 1{,}1 \cdot 10^{-18}$ J

Svar: a) $3{,}6 \cdot 10^{-27}$ Ns b) $1{,}1 \cdot 10^{-18}$ J

454. a) På 1 s sänder lampan ut energin 60 J.

En foton med våglängden $\lambda = 1500$ nm har energin

$E = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8}}{1500 \cdot 10^{-9}}$ J $= 1{,}33 \cdot 10^{-19}$ J

Antalet fotoner per sekund är då

$\dfrac{60}{1{,}33 \cdot 10^{-19}}$ st $= 4{,}5 \cdot 10^{20}$ st

b) Fotonens rörelsemängd är

$p = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{1500 \cdot 10^{-9}}$ kgm/s $= 4{,}4 \cdot 10^{-28}$ kgm/s

Svar: a) $4{,}5 \cdot 10^{20}$ st b) $4{,}4 \cdot 10^{-28}$ kgm/s

455. Utträdesarbetet för zink är

$E_o = 3{,}9$ eV $= 3{,}9 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J $= 6{,}2 \cdot 10^{-19}$ J

$\dfrac{hc}{\lambda} = W_o + \dfrac{mv^2}{2}$

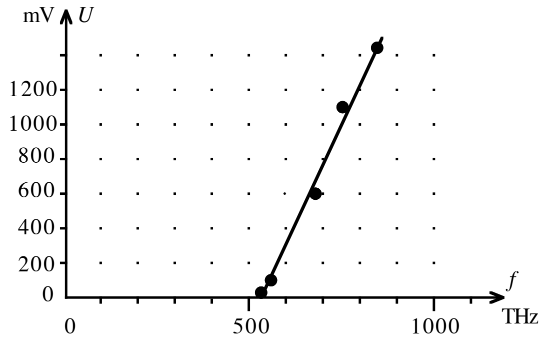
$v = \sqrt{\dfrac{2hc}{\lambda \cdot m} - \dfrac{2E_o}{m}} =$

$= \sqrt{\dfrac{2 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8}}{180 \cdot 10^{-9} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}} - \dfrac{2 \cdot 6{,}2 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} =$

= 1,03 Mm/s

Svar: 1,0 Mm/s

456. a) De fem mätpunkterna kan läggas in i ett diagram.
Man finner då att punkterna ligger på en rät linje.




$h \cdot f = E_o + q \cdot U \quad \Rightarrow \quad U = \dfrac{h \cdot f}{q} - \dfrac{E_o}{q}$

Vi ser av detta samband att $U$ är en linjär funktion av $f$.

Linjens riktningskoefficient är $\dfrac{h}{q}$ och linjen skär

$U$-axeln i punkten $(0, -\dfrac{E_o}{q})$.

Vi kan avläsa dessa från ett väl ritat diagram, men vi kan också utnyttja räknaren och lägga in mätpunkterna i en lista. Därefter kan man låta räknaren göra en linjär regression och därmed anpassa mätpunkterna till den räta linjen $y = ax + b$

Räknaren ger att $a = 4{,}35 \cdot 10^{-15}$ och $b = -2{,}24$

Plancks konstant enligt Joakims mätningar:

$h = a \cdot q = 4{,}35 \cdot 10^{-15} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Js $= 6{,}95 \cdot 10^{-34}$ Js

$b$-värdet ger oss direkt utträdesarbetet i eV, dvs. 2,24 eV

b) Kalium har utträdesarbetet 2,24 eV. Det skulle kunna vara kalium.

c) Ljusintensiteten påverkar inte mätvärdena.

d) Om han byter till en metall med större utträdesarbete så kommer fotoelektronerna att få lägre rörelseenergi efter utträdet. Den erforderliga bromsspänningen $U$ kommer då att bli mindre. Omvänt kommer bromsspänningen att öka om han väljer en metall med lägre utträdesarbete.

Svar: a) $6{,}95 \cdot 10^{-34}$ Js resp. 2,24 eV b) kalium

c) inte alls d) Bromsspänningen blir lägre om utträdesarbetet ökar och omvänt

457. Se lärobokens facit.

458. För att parbildning skall kunna ske måste fotonen har en energi av minst
$2 \cdot m \cdot c^2 = 2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (3{,}0 \cdot 10^8)^2$ J =
$= 1{,}638 \cdot 10^{-13}$ J

Fotonens energi $E = \dfrac{hc}{\lambda}$

$\dfrac{hc}{\lambda} = 1{,}638 \cdot 10^{-13}$ J

$$\lambda = \frac{hc}{1{,}638 \cdot 10^{-13}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^8}{1{,}638 \cdot 10^{-13}} \text{ m} =$$

$= 1{,}21 \cdot 10^{-12}$ m = 1,21 pm

Svar: 1,21 pm

459. a) 2,2 keV = $2{,}2 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J = $3{,}52 \cdot 10^{-16}$ J
Fotonens energi före är

$$E_{\text{före}} = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8}{45 \cdot 10^{-12}} \text{ J} = 4{,}42 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Fotonens energi efter är

$$E_{\text{efter}} = (4{,}42 \cdot 10^{-15} - 3{,}52 \cdot 10^{-16}) \text{ J} = 4{,}07 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Fotonens våglängd efter är $\lambda_2$, där $\dfrac{hc}{\lambda_2} = 4{,}07 \cdot 10^{-15}$

$$\lambda_2 = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8}{4{,}07 \cdot 10^{-15}} \text{ m} = 4{,}9 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 49 \text{ pm}$$

b) $\lambda_2 - \lambda_1 = \dfrac{h}{mc} \cdot (1 - \cos\alpha)$

$$(49 - 45) \cdot 10^{-12} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8} \cdot (1 - \cos\alpha)$$

$1 - \cos\alpha = 1{,}606 \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha = -0{,}606 \quad \Rightarrow \quad 127^\circ$

Fotonen studsar 127° (dvs. snett bakåt)

Svar: a) 49 pm b) 127° (dvs. snett bakåt)

460. a) Comptonspridning ger $\lambda_2 - \lambda_1 = \dfrac{h}{mc} \cdot (1 - \cos\alpha)$

$$\lambda_2 - 62 \cdot 10^{-12} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8} \cdot (1 - \cos 35^\circ)$$

$\lambda_2 = 6{,}244 \cdot 10^{-11}$ m $= 62{,}44$ pm

Våglängden ökar således med 0,44 pm
b) Fotonens energi före är

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8}{62 \cdot 10^{-12}} \text{ J} = 3{,}206 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Fotonens energi efter är

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8}{62{,}44 \cdot 10^{-12}} \text{ J} = 3{,}184 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Energin har minskat med
$(3{,}206 \cdot 10^{-15}$ J $- 3{,}184 \cdot 10^{-15})$ J $= 2{,}25 \cdot 10^{-17})$ J =

$$= \frac{2{,}25 \cdot 10^{-17}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 141 \text{ eV}$$

Svar: a) våglängden ökar med 0,44 pm b) $2{,}25 \cdot 10^{-17}$ J (140 eV)

461. För att skapa en elektron och en positron åtgår energin 1,022 MeV. Återstående energi är
(2,425 – 1,022) MeV = 1,403 MeV.
Elektronen och positronen delar lika på den tillgängliga energin. De får energin

$$\frac{1{,}403}{2} \text{ MeV} = 0{,}702 \text{ MeV} = 702 \text{ keV vardera.}$$

Svar: 702 keV vardera

462. Elektronens och positronens viloenergi är
$2 \cdot m \cdot c^2 = 2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (3{,}0 \cdot 10^8)^2$ J =
$= 1{,}638 \cdot 10^{-13}$ J
Deras totala rörelseenergi är
24 keV = $24 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J = $3{,}84 \cdot 10^{-15}$ J
Den totala energin för de båda partiklarna är
$(1{,}638 \cdot 10^{-13} + 3{,}84 \cdot 10^{-15})$ J = $1{,}68 \cdot 10^{-13}$ J
Varje foton får hälften av denna energi, dvs.

$$\frac{1{,}68 \cdot 10^{-13}}{2} \text{ J} = 8{,}4 \cdot 10^{-14} \text{ J} = \frac{8{,}4 \cdot 10^{-14}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 525 \text{ keV}$$

Svar: 0,52 MeV ($8 \cdot 10^{-14}$ J)

463. Fotonens energi

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^8}{1{,}21 \cdot 10^{-12}} \text{ J} = 1{,}6428 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

Vilomassan för en elektron är $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg,
vilket omräknat till energi med Einsteins formel blir
$E_e = m \cdot c^2 = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (3{,}0 \cdot 10^8)^2$ J = $8{,}19 \cdot 10^{-14}$ J
En elektron och en positron har tillsammans viloenergin
$2 \cdot 8{,}19 \cdot 10^{-14}$ J = $1{,}638 \cdot 10^{-13}$ J
Återstående energi är rörelseenergi
$(1{,}6428 \cdot 10^{-13} - 1{,}638 \cdot 10^{-13})$ J = $4{,}81 \cdot 10^{-16}$ J
De nyskapade partiklarna delar denna energi.

Var och en får $\dfrac{4{,}81 \cdot 10^{-16}}{2}$ J = $2{,}40 \cdot 10^{-16}$ J

och därmed hastigheten $v$, där

$$\frac{mv^2}{2} = 2{,}40 \cdot 10^{-16}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}40 \cdot 10^{-16}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}40 \cdot 10^{-16}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \text{ m/s} =$$

$= 2{,}3 \cdot 10^7$ m/s

Svar: 23 Mm/s

464. Fotonens energi före kollisionen är

$$50 \text{ keV} = 50 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 8{,}0 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Dess våglängd är $\lambda_1$, där $\frac{hc}{\lambda_1} = 8{,}0 \cdot 10^{-15}$ J

$$\lambda_1 = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8}{8{,}0 \cdot 10^{-15}} \text{ m} = 2{,}48 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Elektronen får energin

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (25 \cdot 10^6)^2}{2} = 2{,}84 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

Fotonen förlorar denna energi. Dess energi efter kollisionen är

$$(8{,}0 \cdot 10^{-15} - 2{,}84 \cdot 10^{-16}) = 7{,}72 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Dess våglängd är då $\lambda_2$, där $\frac{hc}{\lambda_2} = 7{,}72 \cdot 10^{-15}$ J

$$\lambda_2 = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8}{7{,}72 \cdot 10^{-15}} \text{ m} = 2{,}58 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Comptonspridning $\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc} \cdot (1 - \cos\alpha)$.

$$2{,}58 \cdot 10^{-11} - 2{,}48 \cdot 10^{-11} =$$

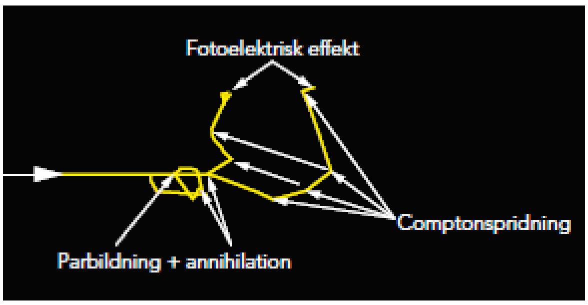
$$= \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3{,}0 \cdot 10^8}(1 - \cos\alpha)$$

$$\cos\alpha = 0{,}623 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 51^{\circ}$$

Fotonens riktning ändras $51^{\circ}$.

Svar: $51^{\circ}$

465. Några intressanta ställen är markerade i figuren nedan.




466-467. Se lärobokens facit.

468. Braggs lag ger

$$2d \cdot \cos\alpha = k \cdot \lambda$$

Vi löser ut atomavståndet $d$.

$$d = \frac{k \cdot \lambda}{2 \cdot \cos\alpha} = \frac{1 \cdot 82 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot \cos 76{,}5^{\circ}} \text{ m} =$$

$$= 1{,}76 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0{,}18 \text{ nm}$$

Svar: 0,18 nm

469. Röntgenfotonernas genomsnittliga energi är 40% av den maximala.

$$\frac{hc}{\lambda_{medel}} = 0{,}40 \cdot e \cdot U$$

$$U = \frac{hc}{0{,}40 \cdot e \cdot \lambda_{medel}} =$$

$$= \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^8}{0{,}40 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}15 \cdot 10^{-9}} \text{ V} = 20{,}7 \text{ kV}$$

Svar: 21 kV

470. Konstruktiv interferens erhålls i de vinklar $\alpha$ som ges av Braggs lag.

$$2d \cdot \cos\alpha = k \cdot \lambda$$

Vi löser ut atomavståndet vinkeln $\alpha$.

$$\cos\alpha = \frac{k \cdot \lambda}{2 \cdot d} = \frac{k \cdot 122 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 204 \cdot 10^{-12}} \text{ m} = 0{,}299 \cdot k$$

$\cos\alpha < 1 \quad \Rightarrow \quad k < 4$

$k = 1 \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha = 0{,}299 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 72{,}6^{\circ}$

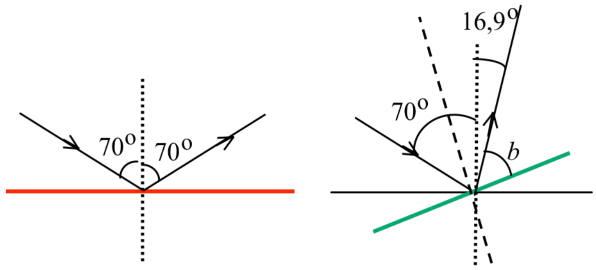
$k = 2 \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha = 0{,}598 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 53{,}3^{\circ}$

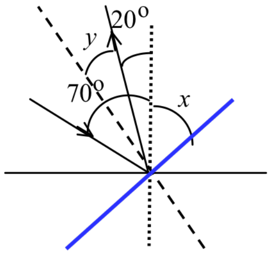
$k = 3 \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha = 0{,}897 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 26{,}2^{\circ}$

Svar: $72{,}6^{\circ}$, $53{,}3^{\circ}$ och $26{,}2^{\circ}$

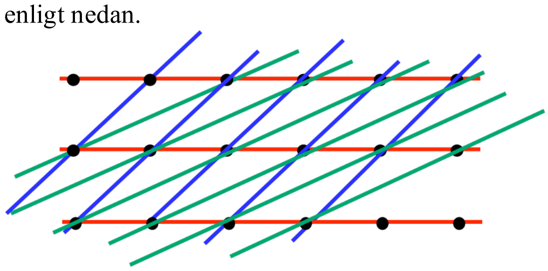
471. a) Infallsvinkeln är $70^{\circ}$. Reflektionsvinklarna är $70^{\circ}$ och $16{,}9^{\circ}$ framåt resp. $20^{\circ}$ bakåt. reflektionslagen förutsätts gälla och vi försöker bestämma riktningen hos de tre plan som infallande stråle reflekteras mot.
Vi konstruerar dessa plan. I figurerna är de färglagda.
I första fallet ser vi att planet bildar vinkeln $90^{\circ}$ mot normalen. I det andra fallet (där reflekterade strålen bildar vinkeln $16{,}9^{\circ}$ mot normalen) ser vi att vinkeln mellan infallande och reflekterade är $(70^{\circ} + 16{,}9^{\circ}) = 86{,}9^{\circ}$. Vi delar denna vinkel mitt itu och får $43{,}45^{\circ}$. Vinkeln $b$ i figuren är då $90^{\circ} - 43{,}45^{\circ} = 46{,}55^{\circ}$ och vinkeln mellan planet och den vertikala normalen är $46{,}55^{\circ} + 16{,}9^{\circ} = 63{,}4^{\circ}$.

I det tredje fallet då strålen reflekteras $20^o$ bakåt är vinkeln mellan infallande och reflekterade strålen $70^o - 20^o = 50^o$. Halva denna vinkel är $y = 25^o$.
Vinkeln mellan planet och den vertikala normalen är $x = (90^o - 25^o - 20^o) = 45^o$




Atomplan finns således i riktningarna $90^o$, $63{,}4^o$ och $45^o$ mot normalen.
b) Det skulle kunna vara ett kvadratiskt mönster. Eftersom vi inte känner till våglängderna kan vi inte beräkna några avstånd, men med ledning av ovan beräknade vinklar skulle vi kunna konstruera atomplan enligt nedan.



Svar: a) $90^o$, $63{,}4^o$ och $45^o$ mot normalen   b) se ovan

472. de Brogliewåglängden för en partikel är $\lambda = \dfrac{h}{mv}$.
Det framgår av detta uttryck att om hastigheten $v$ minskar, så kommer våglängden $\lambda$ att öka.

Svar: Våglängden ökar

473. de Brogliewåglängden för en partikel är

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{3,4 \cdot 10^{-21}} \text{ m} = 1,9 \cdot 10^{-13} \text{ m} = 0,19 \text{ pm}$$

Svar: 0,19 pm

474. de Broglies formel ger

$$v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,0 \cdot 10^{-9}} \text{ m/s} = 182 \text{ km/s}$$

$$e \cdot U = \frac{mv^2}{2}$$

$$U = \frac{mv^2}{2 \cdot e} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (182 \cdot 10^3)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ V} = 0,094 \text{ V}$$

Svar: 94 mV

475. a) Neutroner har massan $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg
de Brogliewåglängden för en neutron med hastigheten 1,5 km/s är

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 1,5 \cdot 10^3} \text{ m} =$$

$$= 2,6 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,26 \text{ nm}$$

b) I en enkelspalt uppträder minima i de riktningar för vilka $d \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda$.

$$d = \frac{k \cdot \lambda}{\sin\alpha} = \frac{1 \cdot 2,6 \cdot 10^{-10}}{\sin 0,78^o} \text{ m} = 1,9 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 19 \text{ nm}$$

Svar: a) 0,26 nm   b) 19 nm

476. a) En cirkels omkrets är $O = 2\pi r$.
$\lambda = 2\pi r = 2\pi \cdot 5{,}29177 \cdot 10^{-11}$ m $= 3{,}32 \cdot 10^{-10}$ m

b) Energin för elektronen är $E = \dfrac{p^2}{2m}$, där rörelsemängden $p$ erhålls med de Broglies formel

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

Vi får

$$E = \frac{p^2}{m} = \frac{h^2}{\lambda^2 \cdot 2m} = \frac{(6,626 \cdot 10^{-34})^2}{(3,32 \cdot 10^{-10})^2 \cdot 2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \text{ J} =$$

$$= 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J} = \frac{2,18 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 13,6 \text{ eV}$$

Svar: a) $3{,}32 \cdot 10^{-10}$ m   b) $2{,}18 \cdot 10^{-18}$ J = 13,6 eV

477. $E_k = 5{,}3 \text{ MeV} = 5{,}3 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 8{,}48 \cdot 10^{-13} \text{J}$

$E_k = \dfrac{mv^2}{2} = 8{,}48 \cdot 10^{-13} \text{J} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{m^2v^2}{2} = 8{,}48 \cdot 10^{-13} \cdot m$

Alfapartikelns massa är lika med massan av fyra nukleoner.

$m = 4 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 6{,}7 \cdot 10^{-27}$

$mv = \sqrt{2 \cdot 8{,}48 \cdot 10^{-13} \cdot m} =$

$= \sqrt{2 \cdot 8{,}48 \cdot 10^{-13} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-27}} \text{ kgm/s} =$

$= 1{,}07 \cdot 10^{-19} \text{ kgm/s}$

de Broglies formel ger våglängden

$\lambda = \dfrac{h}{mv} == \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{1{,}07 \cdot 10^{-19}} \text{ m} = 6{,}2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$

Svar: $6{,}2 \cdot 10^{-15}$ m

478. a) Röntgenfotonernas genomsnittliga energi är 40% av den maximala.

$\dfrac{hc}{\lambda_{\text{medel}}} = 0{,}40 \cdot e \cdot U$

$\lambda_{\text{medel}} = \dfrac{hc}{0{,}40 \cdot e \cdot U}$

Neutronernas hastighet skall vara $v$.

Neutronens massa är $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg

Deras de Broglievåglängd är $\lambda_n = \dfrac{h}{m_n v}$

$\dfrac{h}{m_n v} = \dfrac{hc}{0{,}40 \cdot e \cdot U}$

$v = \dfrac{0{,}40 \cdot e \cdot U}{m_n \cdot c} = \dfrac{0{,}40 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 150 \cdot 10^3}{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 3{,}0 \cdot 10^8} \text{ m/s} =$

$= 19$ km/s

b) $E = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot (1{,}9 \cdot 10^3)^2}{2} \text{ J} =$

$= 3{,}1 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \dfrac{3{,}1 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-16}} \text{ eV} = 1{,}9 \text{ eV}$

Svar: a) 19 km/s b) 1,9 eV

479. de Broglievåglängden för en partikel är $\lambda = \dfrac{h}{mv}$

a) Om de har samma rörelsemängd $mv$, så har de följaktligen också samma våglängd.
b) Om de har samma hastighet så har den partikel som har störst massa $m$, kortast våglängd.
Neutronen har större massa än elektronen. Den har då kortast våglängd.

c) Rörelseenergin $E = \dfrac{mv^2}{2}$ kan vi skriva

$E = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{m^2v^2}{2 \cdot m} = \dfrac{p^2}{2 \cdot m}$, dvs. $p = \sqrt{2 \cdot m \cdot E}$

Om de har samma rörelseenergi ser vi att eftersom neutronen har större massa, så har den större rörelsemängd $p = mv$.
Den har då kortare våglängd
I a) är kvoten 1. I b) är kvoten

$\dfrac{\lambda_e}{\lambda_n} = \dfrac{\dfrac{h}{m_e v}}{\dfrac{h}{m_n v}} = \dfrac{m_n}{m_e} = \dfrac{1{,}67 \cdot 10^{-27}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 1840$

I c) är kvoten $\dfrac{\lambda_e}{\lambda_n} = \dfrac{\dfrac{h}{m_e v_e}}{\dfrac{h}{m_n v_n}} = \dfrac{m_n v_n}{m_e v_e} = \dfrac{p_n}{p_e} =$

$= \dfrac{\sqrt{2 \cdot m_n \cdot E}}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E}} = \sqrt{\dfrac{m_n}{m_e}} = \sqrt{1840} = 43$

Svar: a) de har lika stor våglängd b) neutronen
c) neutronen d) 1, 1840, 43

480-481. Se lärobokens facit.

482. $\Delta E = (-1{,}4 - (-2{,}2))$ eV $= 0{,}8$ eV

Svar: 0,8 eV

483. Våglängden $\lambda = 1083$ nm motsvarar energin

$E = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^8}{1083 \cdot 10^{-9}} \text{ J} =$

$= 1{,}835 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \dfrac{1{,}835 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 1{,}15 \text{ eV}$

Den näst lägsta nivån ligger alltså 1,15 eV över den lägsta nivån. Den näst lägsta nivån har energin
1,15 + (–4,74) eV = –3,59 eV

Svar: –3,6 eV

484. Atomen var i energinivå $n$. Grundtillståndet har $n = 1$

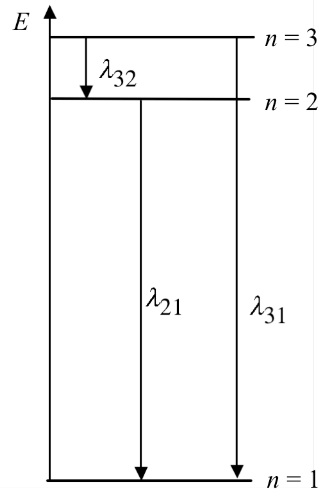
$\Delta E = E_n - E_1 = (-\dfrac{13{,}6}{n^2} - (-\dfrac{13{,}6}{1^2}) = 12{,}75$

$-\dfrac{13{,}6}{n^2} = 12{,}75 - 13{,}6 = -0{,}85$

$n = \sqrt{\dfrac{13{,}6}{0{,}85}} = 4$

Svar: i nivå 4

485. Övergången kan ske direkt till nivå 1 med en foton, vars våglängd här kallas $\lambda_{31}$, eller i två steg med fotonerna med våglängder $\lambda_{32}$ resp. $\lambda_{21}$. Se figur.




1) $\lambda_{31}$ beräknas.

$$\frac{1}{\lambda_{31}} = R_H \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \text{ m}^{-1} =$$

$$= 9{,}75 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{31} = 103 \text{ nm}$$

2) $\lambda_{21}$ beräknas.

$$\frac{1}{\lambda_{21}} = R_H \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \text{ m}^{-1} =$$

$$= 8{,}23 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{31} = 122 \text{ nm}$$

3) $\lambda_{32}$ beräknas.

$$\frac{1}{\lambda_{32}} = R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 1{,}097 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) \text{ m}^{-1} =$$

$$= 1{,}52 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{31} = 656 \text{ nm}$$

Svar: Tre fotoner kan emitteras med våglängderna 103 nm, 122 nm resp. 656 nm

486. I nivå 3 har atomen energin $E_2 = -\frac{13{,}6}{3^2}$ eV $= -1{,}5$ eV

Atomens energi då den joniseras är 0 eV.
Atomen måste således tillföras 1,5 eV.

Svar: 1,5 eV

487. En elektron som kommer från ett övre tillstånd med kvanttalet $n_2$ och övergår till ett undre tillstånd $n_1$ i en väteatom avger en foton med våglängden $\lambda$, där

$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot \left(\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right)$ och $n_1$ och $n_2$ är heltal 1, 2, 3, …

Vi vet att tabellvärdet på rydbergskonstanten är $R_H = 1{,}097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$. Vi sätter in de uppmätta våglängderna och prövar med olika heltal $n_1$ och $n_2$ i för att se vilka som ger oss ett värde på $R_H$ i rätt storleksordning. Vi finner att

$$\frac{1}{99 \cdot 10^{-9}} = R_H \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2}\right) \quad \Rightarrow \quad R_H = 1{,}077 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$\frac{1}{103 \cdot 10^{-9}} = R_H \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right) \quad \Rightarrow \quad R_H = 1{,}092 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$\frac{1}{123 \cdot 10^{-9}} = R_H \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \quad \Rightarrow \quad R_H = 1{,}084 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$\frac{1}{488 \cdot 10^{-9}} = R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) \quad \Rightarrow \quad R_H = 1{,}093 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$\frac{1}{660 \cdot 10^{-9}} = R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \quad \Rightarrow \quad R_H = 1{,}090 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

som alla ligger nära tabellvärdet.
Ett medelvärde av de fem uppmätta värden på rydbergskonstanten ger $R_H = 1{,}088 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$.

Svar: $1{,}088 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

488. Se lärobokens facit.

489. I nivå $n = 2$ är $l = 0$ eller 1.
Om $l = 0$ är $m_l = 0$.
Om $l = 1$ är $m_l = 0$, +1 eller −1.
I alla dessa fall är $m_s = +1/2, -1/2$.
Tabellen visar alla möjliga fall

| $l$ | $m_l$ | $m_s$ | antal elektroner |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | +1/2, -1/2 | 2 |
| 1 | 0 | +1/2, -1/2 | 2 |
| | 1 | +1/2, -1/2 | 2 |
| | -1 | +1/2, -1/2 | 2 |
| | | Summa | 8 |

Det kan finnas 8 st elektroner i nivån $n = 2$, 2 st s-elektroner och 6 st p-elektroner.

Svar: 8

490. Natrium har 11 elektroner, varav 2 i innersta skalet, 8 i 2:a skalet och 1 i 3:e skalet. Av de 8 i 2:a skalet är 2 s-elektroner och 6 p-elektroner. Elektronen i 3:e skalet är en s-elektron.
Elektronkonfigurationen är $1s^2 2s^2 2p^6 3s$.

Svar: $1s^2 2s^2 2p^6 3s$

491. Olika atomer har olika energinivåer. Vid deexcitationen som följer på upphettningen avges fotoner med olika energier. En foton med en viss energi har en viss våglängd, vilket bestämmer den färg man ser då fotonen emitteras. Dessa färger blir således olika för olika atomslag.

492. Det övre diagrammet är ett emissionsspektrum.
Man kan där avläsa den dubbla gula linjen vid ca 590 nm. En spektraltabell visar att natrium har den dubblett (589,0 nm och 589,6 nm).
Provet innehåller natrium.
Man kan också avläsa våglängderna 468 nm, 472 nm, 481 nm och 636 nm. Man hittar alla dessa i spektraltabeller. De hör till zink.
Det undre diagrammet är ett absorptionsspektrum.
Man kan där avläsa våglängden 672 nm och några tättliggande linjer vid ca 455 nm och 459 nm. Alla dessa hör till cesium.
Vidare kan man avläsa några tättliggande linjer runt 395 nm. De hör till aluminium (394 nm och 396 nm).
590 nm. En spektraltabell visar att natrium har den dubblett (589,0 nm och 589,6 nm).
Provet innehåller natrium.

Svar: Det övre emissionsspektret visar natrium och zink. Det undre absorptionsspektret visar cesium och aluminium.

493. Spisplattan betraktas som en absolut svart kropp.
Temperaturen T = 420 °C = (420 + 273) K = 693 K
Stefan-Boltzmanns lag:

$$M = \sigma \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 693^4 \text{ W/m}^2 = 13 \text{ kW/m}^2 =$$

Svar: 13 kW/m$^2$

494. Våglängden $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{3{,}00 \cdot 10^8}{42{,}55 \cdot 10^6}$ m = 7,0 m

Svar: 7,0 m

495. a) Synligt ljus har i luft våglängder i intervallet 400 nm < $\lambda_{\text{luft}}$ < 750 nm.
b) Brytningsindex för luft är 1 och för vatten 1,33. Förhållandet mellan våglängderna i vatten och luft är det omvända förhållandet mellan ljusets hastighet i de båda medierna.

$$\frac{n_{\text{luft}}}{n_{\text{vatten}}} = \frac{\lambda_{\text{vatten}}}{\lambda_{\text{luft}}} = \frac{1}{1{,}33} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\text{vatten}} = \frac{\lambda_{\text{luft}}}{1{,}33}$$

$$\frac{400}{1{,}33} = 300 \qquad \frac{750}{1{,}33} = 560$$

Våglängderna i vatten är 300 nm < $\lambda_{\text{vatten}}$ < 560 nm.

Svar: a) 400 nm < $\lambda_{\text{luft}}$ < 750 nm
b) 300 nm < $\lambda_{\text{vatten}}$ < 560 nm

496. Avståndet mellan två närliggande ritsar är 2,00 μm.
På 1 mm får det då plats $\dfrac{1 \text{ mm}}{2{,}00\ \mu\text{m}} = \dfrac{10^{-3}}{2{,}00 \cdot 10^{-6}} = 500$ ritsar.

Svar: 500 ritsar/mm

497. a) Gitterformeln $d \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda$.
Insättning ger:

$$2{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 13{,}8^{\circ} = 1 \cdot \lambda = 5{,}25 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 525 \text{ nm}$$

b) Vi sätter $k = 2$ i gitterformeln.

$$2{,}2 \cdot 10^{-6} \cdot \sin\alpha = 2 \cdot 5{,}25 \cdot 10^{-7}$$

$$\sin\alpha = 0{,}477 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 28{,}5^{\circ}$$

Svar: a) 525 nm b) 28,5°

498. Radiosignaler färdas med ljusets hastighet $c = 2{,}9979 \cdot 10^8$ m/s. Våglängden $\lambda$ erhålls ur

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2{,}9979 \cdot 10^8}{107{,}8 \cdot 10^6} \text{ m} = 2{,}781 \text{ m}$$

Svar: 2,781 m

499. Wiens förskjutningslag:
$\lambda_m \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$

$$\lambda_m = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{T} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{2{,}735} \text{ m} =$$

= 0,00106 m = 1,06 mm

Svar: 1,06 mm

4100. 400 ritsar/mm innebär 400000 ritsar/m.
Gitterkonstanten

$$d = \frac{1}{400000}\text{ m} = 2{,}5 \cdot 10^{-6}\text{ m}$$

Gitterformeln $d \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda$.
Insättning ger:

$$2{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 19{,}8^{\circ} = 2 \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 19{,}8^{\circ}}{2}\text{ m} = 4{,}23 \cdot 10^{-7}\text{ m} = 423\text{ nm}$$

Svar: 423 nm

4101. a) Vi antar att stjärnan strålar som en svart kropp.
Av diagrammet kan vi se att strålningsmaximum föreligger vid våglängden $\lambda = 250$ nm.
Temperaturen $T$ bestäms med Wiens förskjutningslag

$$\lambda_m \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$$

$$T = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{250 \cdot 10^{-9}}\text{ K} = 11600\text{ K}$$

b) Stefan-Boltzmanns lag ger emittansen

$M = \sigma \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 11600^4$ W/m$^2$ =
= $1{,}0 \cdot 10^9$ W/m$^2$

Svar: a) 11600 K b) 1,0 GW/m$^2$

4102. $39{,}2^{\circ} = (39{,}2 + 273)$ K = 312 K
Wiens förskjutningslag

$$\lambda_m \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$$

$$\lambda_m = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{312}\text{ m} = 9{,}29 \cdot 10^{-6}\text{ m} = 9{,}3\ \mu\text{m}$$

Svar: 9,3 µm

4103. de Brogliev\u00e5glängden är

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 1200}\text{ m} = 6{,}1 \cdot 10^{-7}\text{ m} = 610\text{ nm}$$

Svar: 610 nm

4104. Fotonens våglängd

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}}{14 \cdot 10^{12}}\text{ m} = 2{,}14 \cdot 10^{-5}\text{ m}$$

Fotonens rörelsemängd

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{2{,}14 \cdot 10^{-5}}\text{ kgm/s} = 3{,}1 \cdot 10^{-29}\text{ kgm/s}$$

Svar: $3{,}1 \cdot 10^{-29}$ kgm/s

4105. Elektronen får den energi som blir över, dvs.
(4,8 – 3,68) eV = 1,12 eV.

Svar: 1,12 eV

4106. En elektron och en positron bildas. De har vardera energin $E = m \cdot c^2 = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (3{,}00 \cdot 10^3)^2$ J =

$$= 8{,}19 \cdot 10^{-14}\text{ J} = \frac{8{,}19 \cdot 10^{-14}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}\text{ eV} = 0{,}511\text{ MeV}$$

Deras totala massa motsvarar således energin
2 · 0,511 MeV = 1,022 MeV.
Överskjutande energi blir rörelseenergi hos dessa partiklar. (2,536 – 1,022) MeV = 1,514 MeV

Svar: 1,514 MeV

4107. Braggs lag ger

$$2d \cdot \cos\alpha = k \cdot \lambda$$

Vi löser ut atomavståndet $d$.

$$d = \frac{k \cdot \lambda}{2 \cdot \cos\alpha} = \frac{1 \cdot 116 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot \cos 24{,}6^{\circ}}\text{ m} =$$

$$= 6{,}38 \cdot 10^{-11}\text{ m} = 64\text{ pm}$$

Svar: 64 pm

4108. a) Elektronen förlorar energin
$E = -2{,}80 - (-4{,}30)$ eV = 1,5 eV
Denna energi förs bort av den utsända fotonen.

b) $E = 1{,}5\text{ eV} = 1{,}5 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\text{ J} = 2{,}403 \cdot 10^{-19}\text{ J}$

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{2{,}403 \cdot 10^{-19}}\text{ m} =$$

$$= 8{,}27 \cdot 10^{-7}\text{ m} = 827\text{ nm}$$

Svar: a) 1,5 eV b) 827 nm

4109. a) Mätpunkterna ligger på en rät linje.
Vi drar linjen genom punkterna och bestämmer linjens ekvation. Detta kan ex.vis göras med miniräknarens hjälp.
Det ger att $U = 4{,}24 \cdot 10^{-15} \cdot f - 2{,}96$
Einsteins fotoelektriska lag:
$h \cdot f = E_0 + q \cdot U$
$U = \frac{h}{q} \cdot f - \frac{E_0}{q}$
Om vi jämför med den funna funktionen ovan ser vi att
$\frac{h}{q} = 4{,}24 \cdot 10^{-15}$
$h = q \cdot 4{,}14 \cdot 10^{-15} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 4{,}24 \cdot 10^{-15}$ Js =
$= 6{,}78 \cdot 10^{-34}$ Js
b) Utträdesarbetet $E_0$ erhålls ur
$\frac{E_0}{q} = 2{,}96$, vilket innebär att $E_0 = 2{,}96$ eV = 3 eV

Svar: a) $6{,}8 \cdot 10^{-34}$ Js b) 3 eV

4110. Det finns 4 olika nivåer i energinivådiagrammet.
Vi kan kalla dem nivå 1, 2, 3 och 4, där nivå 1 är den lägsta nivån. Då ämnet hettas upp kommer elektroner kunna exciteras till alla dessa nivåer. När sedan elektronen faller ner till lägre nivåer utsänds en foton.
Följande övergångar är möjliga:
$4 \to 3$, $4 \to 2$, $4 \to 1$, $3 \to 2$, $3 \to 1$, $2 \to 1$.
Det ger 6 olika övergångar svarande mot 6 olika linjer i linjespektret.

Svar: 6 st

4111. 35 °C = (273 + 35) K = 308 K
Enligt Stefan-Boltzmanns lag har Simon en emittans
$M = 0{,}70 \cdot \sigma \cdot T^4 = 0{,}70 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 308^4$ W/m² =
= 357 W/m²
Antag att hans kroppsarea är $A = 1{,}0$ m².
Han strålar då ut effekten 357 W.

Svar: 360 W

4112. 35 °C = (273 + 35) K = 308 K
5 °C = (273 + 5) K = 278 K
0 °C = 273 K
Vi räknar som för svarta kroppar och tillämpar Stefan-Boltzmanns lag.
Då kroppstemperaturen är 35 °C emitterar de
$M_1 = \sigma \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 308^4$ W/m² =
= 510 W/m² och mottar från omgivningen
$M_2 = \sigma \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 273^4$ W/m² =
= 315 W/m².
Netto avger de (510 – 315) W/m² = 195 W/m².
Då kroppstemperaturen är 5 °C emitterar de
$M_1 = \sigma \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 278^4$ W/m² =
= 339 W/m² och mottar från omgivningen
$M_2 = 315$ W/m².
Netto avger de då (339 – 315) W/m² = 24 W/m².
$\frac{24}{195} = 0{,}12 = 12\%$
De sparar alltså 88% energi.

Svar: 88%

4113. a) Vitt solljus reflekteras dels i den övre ytan dels i oljehinnans undersida. Beroende på fasförhållandet hos dessa båda reflekterade strålar kommer ljus med vissa våglängder att förstärkas och andra att försvagas.
b) Den optiska vägskillnaden mellan de två strålarna är
$2ns - \frac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda \quad k = 0, 1, 2, 3,...$
$s$ är hinnans tjocklek och $n$ dess brytningsindex.
Observera att strålen som har reflekterats mot den övre ytan har fasvänts $\frac{\lambda}{2}$.
$2ns = k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2}$
$$s = \frac{k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2}}{2 \cdot n} = \frac{k \cdot 450 + \frac{450}{2}}{2 \cdot 1{,}5} \text{ nm} = \frac{k \cdot 450 + 225}{3{,}0}$$
Vi sätter t.ex. $k = 0$ i formeln ovan.
$s = \frac{225}{3{,}0}$ nm = 75 nm
Även andra heltalsvärden på $k$ kan väljas.

Svar: a) interferens mellan strålar som reflekterats i övre resp. undre ytan b) t.ex. 75 nm

4114. a) $T = 1300\ ^oC = (273 + 1300)\ K = 1573\ K$

Karets radie $r = \frac{2,4}{2}$ m = 1,2 m

Dess area $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 1,2^2\ m^2 = 4,52\ m^2$

Stålet strålar ut 75% av vad en svart kropp skulle göra vid samma temperatur.

Stefan-Boltzmanns lag

$M = 0,75 \cdot \sigma \cdot T^4 = 0,75 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1573^4\ W/m^2 =$

$= 2,60 \cdot 10^5\ W/m^2$

Effekten $P = M \cdot A = 2,60 \cdot 10^5 \cdot 4,52$ W = 1,2 MW

b) På 1 sekund strålar det således ut $1,2 \cdot 10^6$ J.

På 15 minuter strålar det ut

$15 \cdot 60 \cdot 1,2 \cdot 10^6\ J = 1,1 \cdot 10^9\ J$

1 kWh = 1000 · 3600 J = 3,6 MJ

Utstrålade energin motsvarar $\frac{1,1 \cdot 10^9}{3,6 \cdot 10^6}$ kWh = 294 kWh

Detta kostar 294 · 1,30 kr = 382 kr

Svar: a) 1,2 MW b) 380 kr

4115. Glödtrådens area $A = 2\pi r \cdot l$ (mantelarean av en cylinder). $r = 0,2$ mm

$A = 2\pi \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,020\ m^2 = 2,5 \cdot 10^{-5}\ m^2$

Emittansen

$M = \frac{P}{A} = \frac{40}{2,5 \cdot 10^{-5}}\ W/m^2 = 1,6 \cdot 10^6\ W/m^2$.

Stefan-Boltzmanns lag:

$M = 0,70 \cdot \sigma \cdot T^4$

Svar: 2500 K

4116. a) Gitterkonstanten $d = \frac{1}{600000}\ m = 1,667 \cdot 10^{-6}\ m$

Gitterformeln $d \cdot \sin \alpha = k \cdot l$

$\alpha = 15,6^o \Rightarrow \lambda = 1,667 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 15,6^o$ m = 448 nm

$\alpha = 17,5^o \Rightarrow \lambda = 1,667 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 17,5^o$ m = 501 nm

$\alpha = 20,6^o \Rightarrow \lambda = 1,667 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 20,6^o$ m = 586 nm

$\alpha = 23,6^o \Rightarrow \lambda = 1,667 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 23,6^o$ m = 667 nm

b) Av en spektraltabell kan man finna att dessa våglängder finns i helium.

c) Av tabeller kan man också se att det ska finnas en spektrallinje med våglängden $l = 706,5$ nm

$1,667 \cdot 10^{-6} \cdot \sin\alpha = 706,5 \cdot 10^{-9}$

vilket ger att $\alpha = 25,1^o$

Svar: a) 448 nm, 501 nm, 586 nm och 667 nm
b) helium c) $25,1^o$

4117. a) Gitterformeln $d \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda$

I varje spektrum avböjs rött (750 nm) mest och violett (400 nm) minst.

$\alpha_{röd} = 26,3^o$ $\quad d \cdot \sin 26,3^o = 1 \cdot 750 \cdot 10^{-9}$

$d = \frac{750 \cdot 10^{-9}}{\sin 26,3^o}\ m = 1,69 \cdot 10^{-6}\ m$

För kontrollens skull gör vi motsvarande beräkning för violett ljus.

$\alpha_{violett} = 13,7^o$ $\quad d \cdot \sin 13,7^o = 1 \cdot 400 \cdot 10^{-9}$

$d = \frac{400 \cdot 10^{-9}}{\sin 13,7^o}\ m = 1,69 \cdot 10^{-6}\ m$

Gitterkonstanten är $1,69 \cdot 10^{-6}$ m.

b) Vi beräknar avböjningsvinklarna för rött resp. violett ljus för $k = 2$ och för $k = 3$

$k = 2$

$d \cdot \sin \alpha_{röd} = 2 \cdot 750 \cdot 10^{-9}$

$\alpha_{röd} = 62,3^o$

$1,69 \cdot 10^{-6} \cdot \sin \alpha_{violett} = 2 \cdot 400 \cdot 10^{-9}$

$\alpha_{violett} = 28,2^o$

2:a ordningens spektrum finner man i vinkelintervallet

$28,2^o < \alpha < 62,3^o$

$k = 3$

$1,69 \cdot 10^{-6} \cdot \sin \alpha_{röd} = 3 \cdot 750 \cdot 10^{-9}$

$\sin \alpha_{röd} > 1$

Den röda linjen syns inte i 3:e ordningens spektrum.

$1,69 \cdot 10^{-6} \cdot \sin \alpha_{violett} = 3 \cdot 400 \cdot 10^{-9}$

$\alpha_{violett} = 45,1^o$

3:e ordningens spektrum finner man i vinkelintervallet

$\alpha > 45,1^o$

Svar: a) $1,69 \cdot 10^{-6}$ m b) $28,2^o < \alpha < 62,3^o$ resp. $\alpha > 45,1^o$

4118. Ljuset går två vägar, över wiren och under wiren.

Wirens tjocklek är $d = 0,120$ mm.

Det första ljusminimet uppkommer då vägskillnaden $d \cdot \sin \alpha = \lambda$.

Wiretråden ger således exakt samma diffraktionsmönster som en enkelspalt med samma bredd.

$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d} = \frac{632,8 \cdot 10^{-9}}{0,120 \cdot 10^{-3}} = 0,00527$

$\alpha = 0,30^o$

Om avståndet mellan första minimum och centralmaximum är $y$, och avståndet från wiren till skärmen är 2,200 m får vi $\tan 0,30^o = \frac{y}{2,200}$

$y = 2,200 \cdot \tan 0,30^o$ m = 0,0116 m = 11,6 mm

Svar: 11,6 mm över centralmaximet

4119. Solens effekt är $P = 3{,}0 \cdot 10^{26}$ W.

Avståndet till månen från solen är $R = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m.

För att beräkna hur stor instrålningen är på 1 $m^2$ av månens yta antar vi att solens effekt fördelas likformigt över en sfär med arean $A$.

Effekt per $m^2$ på månen är då

$$\frac{P}{4\pi \cdot R^2} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{26}}{4\pi \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^2} = 1379 \text{ W/m}^2$$

Vid jämvikt strålar månen ut lika stor effekt som den absorberar. $M = 1379$ W/$m^2$

$M = \sigma \cdot T^4$ (Stefan-Boltzmanns lag)

$$T = \left(\frac{M}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1379}{5{,}67 \cdot 10^{-8}}\right)^{0{,}25} \text{ K} =$$

$= 395 \text{ K} = (395 - 273)\ ^{o}\text{C} = 122\ ^{o}\text{C}$

Svar: 122 $^{o}$C

4120. a) Stefan-Boltzmanns lag ger

$M = \sigma \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot (1300 + 273)^4 \text{ W/m}^2 =$

$= 347 \text{ kW/m}^2$

b) Om radien ökar 4 gånger, kommer bollens area att öka $4^2 = 16$ gånger.

Den utstrålade effekten är $P = M \cdot A$.

Om emittansen är konstant kommer den utstrålade effekten att öka 16 gånger.

Detta kommer att medföra att temperaturen snabbt kommer att sjunka.

Svar: a) 350 W/$m^2$   b) ökar 16 gånger

4121. a) Den genomsnittliga energin är 40% av den maximala, dvs. som är $e \cdot U$.

Den genomsnittliga energin skall vara 100 keV.

Vi får då att $0{,}40 \cdot e \cdot U = 100$ keV

$$U = \frac{100}{0{,}40} \text{ kV} = 250 \text{ kV}$$

b) $\frac{hc}{\lambda} = e \cdot U$

$$\lambda = \frac{hc}{e \cdot U} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 250 \cdot 10^{3}} \text{ m} = 5{,}0 \cdot 10^{-12} \text{ m} =$$

$= 5{,}0$ pm

Svar: a) 250 kV   b) 5,0 pm

4122. Fotonens energi

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8}}{358 \cdot 10^{-9}} \text{ J} = 5{,}5 \cdot 10^{-19} \text{ J} =$$

$$= \frac{5{,}5 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 3{,}46 \text{ eV}$$

Eftersom utträdesarbetet endast är 2,49 eV återstår $(3{,}46 - 2{,}49)$ eV $= 0{,}97$ eV $= 0{,}97 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J $=$ $= 1{,}55 \cdot 10^{-19}$ J i form av rörelseenergi.

Den maximala hastigheten hos fotoelektronerna är $v$.

$$\frac{mv^2}{2} = 1{,}55 \cdot 10^{-19}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}55 \cdot 10^{-19}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}55 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \text{ m/s} =$$

$= 5{,}85 \cdot 10^{5}$ m/s

Svar: 585 km/s

4123. a) Syre har 8 elektroner, varav 2 i innersta skalet och 6 i 2:a skalet. Det kan högst finnas 2 st s-elektroner i varje skal. I 2:a skalat finns således 4 st p-elektroner.

Elektronkonfigurationen är $1s^2 2s^2 2p^4$.

b) Natrium har 11 elektroner, varav 2 i innersta skalet, 8 i 2:a skalet och 1 i 3:e skalet. Av de 8 i 2:a skalet är 2 s-elektroner och 6 p-elektroner. Elektronen i 3:e skalet är en s-elektron.

Elektronkonfigurationen är $1s^2 2s^2 2p^6 3s$.

c) Svavel har 16 elektroner, 2 i innersta skalet, 8 i 2:a skalet och 8 i 3:e skalet. I varje skal finns högst 2 s-elektroner och 6 p-elektroner.

Elektronkonfigurationen är $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$.

Svar: a) $1s^2 2s^2 2p^4$   b) $1s^2 2s^2 2p^6 3s$
c) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$

4124. $\alpha$-partiklarnas de Broglievåglängd är

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9{,}66 \cdot 10^{-24}} \text{ m} = 6{,}86 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Gitterformeln:

$d \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda$

där $d$ är avståndet mellan spalterna.

$23 \cdot 10^{-9} \cdot \sin \alpha = k \cdot 6{,}86 \cdot 10^{-11}$

$$\sin \alpha = \frac{k \cdot 6{,}86 \cdot 10^{-11}}{23 \cdot 10^{-9}}$$

$k = 1 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0{,}17^{o}$

$k = 2 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0{,}34^{o}$

Svar: $0{,}17^{o}$ resp. $0{,}34^{o}$

4125. Fotonens energi före är

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{18 \cdot 10^{-12}} \text{ J} = 1{,}104 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Comptonspridning ger $\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc} \cdot (1 - \cos\alpha)$

$$\lambda_2 - 18 \cdot 10^{-12} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}} \cdot (1 - \cos 22^{\circ})$$

$\lambda_2 = 1{,}818 \cdot 10^{-11}$ m = 18,18 pm

Våglängden ökar således med 0,18 pm

Fotonens energi efter är

$$\frac{hc}{\lambda_2} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{18{,}18 \cdot 10^{-12}} \text{ J} = 1{,}094 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Energin har minskat med

$(1{,}104 \cdot 10^{-14} - 1{,}094 \cdot 10^{-14})$ J = $1{,}074 \cdot 10^{-16}$ J =

$$= \frac{1{,}074 \cdot 10^{-16}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 670 \text{ eV}$$

Svar: 670 eV ($1{,}074 \cdot 10^{-16}$ J)

4126. Elektronerna får energin

$E = 150 \text{ eV} = e \cdot U$

$$\frac{mv^2}{2} = e \cdot U$$

$$m^2v^2 = 2 \cdot e \cdot U \cdot m$$

$$mv = \sqrt{2 \cdot e \cdot U \cdot m}$$

de Broglievåglängden är

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot U \cdot m}} =$$

$$= \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 150 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \text{ m} = 1{,}00 \cdot 10^{-10} \text{ m} =$$

= 0,10 nm

Svar: 0,10 nm

4127. a) Av diagrammet kan vi se att strålningsmaximum föreligger vid våglängden $\lambda = 350$ nm.

Vid förutsätter att eldklotet strålade som en svart kropp.

Temperaturen $T$ bestäms av Wiens förskjutningslag

$\lambda_m \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$

$$T = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{350 \cdot 10^{-9}} \text{ K} = 8280 \text{ K}$$

b) Stefan-Boltzmanns lag ger emittansen

$M = \sigma \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 8280^4 \text{ W/m}^2 = 2{,}7 \cdot 10^{8} \text{ W/m}^2$

Klotets radie $r = 3500$ m

Klotets area $A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 3500^2 \text{ m}^2 = 1{,}5 \cdot 10^{8} \text{ m}^2$

Effekten

$P = M \cdot A = 2{,}7 \cdot 10^{8} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{8} \text{ W} = 4{,}1 \cdot 10^{16}$ W

c) Gasmolnets radie $r = 250000$ m och dess area

$A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 250000^2 \text{ m}^2 = 7{,}9 \cdot 10^{11} \text{ m}^2$

$M = \sigma \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 400^4 \text{ W/m}^2 = 1452 \text{ W/m}^2$

Effekten $P = M \cdot A = 1452 \cdot 7{,}9 \cdot 10^{11} \text{ W} = 1{,}1 \cdot 10^{15}$ W

d) En grov uppskattning av medeleffekten under denna tid är $1 \cdot 10^{16}$ W. 1,5 minuter = 90 s.

Utstrålad energi är då $1 \cdot 10^{16} \cdot 90 \text{ J} = 9 \cdot 10^{17}$ J

Svar: a) 8000 K b) $4{,}1 \cdot 10^{16}$ W c) $1{,}1 \cdot 10^{15}$ W d) $10^{18}$ J

4128. Effekten 100 W sprids i alla riktningar, dvs. över en sfär.

Arean $A$ av en sfär med radien $r$ är

$A = 4\pi r^2$

Intensiteten $I = \frac{P}{A} = \frac{100}{4\pi \cdot r^2}$

Vi antar att dockan absorberar denna effekt som en svart kropp.

Erforderlig temperatur 60 °C = (273 + 60) K = 333 K

Stefan-Boltzmanns lag

$M = \sigma \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 333^4 \text{ W/m}^2 = 697 \text{ W/m}^2$

Vi sätter $\frac{100}{4\pi \cdot r^2} = 697$

$$r = \sqrt{\frac{100}{697 \cdot 4\pi}} \text{ m} = 0{,}11 \text{ m}$$

Svar: 11 cm

4129. Trådens area $A = 0{,}30 \text{ cm}^2 = 0{,}30 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

Glödtrådens emittans

$$M = \frac{P}{A} = \frac{40}{0{,}30 \cdot 10^{-4}} \text{ W/m}^2 = 1{,}33 \cdot 10^{6} \text{ W/m}^2$$

Detta är 80% av vad en svart kropp skulle utstråla vid samma temperatur.

Den svarta kroppen skulle alltså ha emittansen

$$M_{svart} = \frac{1{,}33 \cdot 10^{6}}{0{,}80} \text{ W/m}^2 = 1{,}67 \cdot 10^{6} \text{ W/m}^2$$

Dess temperatur får vi med Stefan-Boltzmanns lag.

$M = \sigma \cdot T^4 = 1{,}67 \cdot 10^{6}$

$$T = \left(\frac{1{,}67 \cdot 10^{6}}{\sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{1{,}67 \cdot 10^{6}}{5{,}67 \cdot 10^{-8}}\right)^{1/4} \text{ K} = 2328 \text{ K}$$

Våglängden för strålningsmaximum får vi med Wiens förskjutningslag.

$\lambda_m \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$

$$\lambda_m = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{2328} \text{ m} = 1{,}24 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 1{,}24 \text{ µm}$$

Svar: 1,2 µm

4130. a) Laserljuset går långsammare i vatten än i luft. Det innebär att våglängden blir kortare i vatten än i luft. Då kommer alla maxima att flyttas närmare centralmaximum enligt gitterformeln $d \cdot \sin \alpha = k \cdot \lambda$.
b) På månen saknas atmosfär. Det innebär att ljushastigheten är något högre än på jorden. Då gäller det omvända förhållandet jämfört med i a-uppgiften. Våglängden ökar och maxima ligger längre ifrån varandra (men skillnaden är mycket liten).

Svar: a) mönstret blir tätare b) mönstret blir något glesare

4131. a) Parbildning innebär att det bildas en elektron och en positron, som tillsammans har energin 18 MeV. När dessa sedan annihileras bildas två fotoner som delar lika på den tillgängliga energin. De får alltså energin 9 MeV vardera.
b) För all parbildning ska kunna ske krävs en en energi på 1,022 MeV, eftersom det krävs 0,511 MeV för att skapa en elektron och lika mycket för att skapa en positron. Processen kan upprepas ett antal gånger.
För varje gång får en foton hälften av den energin som fanns före parbildningen. Fotonernas energi blir successivt 9 MeV, 4,5 MeV, 2,25 MeV, 1,125 MeV, 0,5625 MeV. Sedan är energin mindre än 1,022 MeV och processen upphör.
En foton med energin 18 MeV kan således upprepa processen 5 gånger.

$$E = 0{,}5625 \text{ MeV} = 0{,}5625 \cdot 10^6 \text{ eV} =$$

$$= 0{,}5625 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 9{,}0 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Fotonen med energin 0,5625 MeV har våglängden $\lambda$, där

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^8}{9{,}0 \cdot 10^{-14}} \text{ m} =$$

$$= 2{,}2 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 2{,}2 \text{ pm}$$

Svar: 2 fotoner med energin 9 MeV vardera
b) 5 gånger, 2,2 pm

4132. Då strålningsjämvikt har inträtt strålar asfalt ut lika mycket energi som den absorberar.
Emittansen $M = 1{,}0 \text{ kW/m}^2$
$M = \sigma \cdot T^4$ (Stefan-Boltzmanns lag)

$$T = \left(\frac{M}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{1{,}0 \cdot 10^3}{5{,}67 \cdot 10^{-8}}\right)^{0{,}25} \text{ K} =$$

$= 364 \text{ K} = (364 - 273)\ ^{\circ}\text{C} = 91\ ^{\circ}\text{C}$

Svar: 91 °C

4133. de Broglievåglängden för elektronen är $\lambda = \frac{h}{mv}$.
Dess hastighet

$$v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 0{,}52 \cdot 10^{-9}} \text{ m/s} = 1{,}40 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Dess rörelseenergi är

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (1{,}4 \cdot 10^6)^2}{2} \text{ J} =$$

$$= 8{,}92 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{8{,}92 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 5{,}58 \text{ eV}$$

Utträdesarbetet i kisel är 4,95 eV.
Den inkommande fotonen måsta ha energin
$E = (5{,}58 + 4{,}95) \text{ eV} = 10{,}53 \text{ eV} =$
$= 10{,}53 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1{,}68 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

Fotonens våglängd $E = \frac{hc}{\lambda}$

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8}{1{,}68 \cdot 10^{-18}} \text{ m} =$$

$$= 1{,}18 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 118 \text{ nm}$$

Svar: 118 nm

4134. Låt temperaturen vara
$T = 37\ ^{\circ}\text{C} = (37 + 273) \text{ K} = 310 \text{ K}$.
Anta vidare att arean är $A = 1{,}5 \text{ m}^2$.
Emittansen

$$M = \frac{P}{A}$$

Vi räknar med Stefan-Boltzmanns lag:

$$P = A \cdot \sigma \cdot T^4 = 1{,}5 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 310^4 \text{ W} = 785 \text{ W}$$

Vi använder också Wiens förskjutningslag för att beräkna våglängden hos strålningsmaximum.
$\lambda_m \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}$

$$\lambda_m = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{T} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}}{310} \text{ m} = 9{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Med denna våglängd har varje foton energin

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}0 \cdot 10^8}{9{,}3 \cdot 10^{-6}} \text{ J} = 2{,}1 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

Antal fotoner per sekund är

$$\frac{P}{E} = \frac{785}{2{,}1 \cdot 10^{-20}} \text{ st} = 4 \cdot 10^{22} \text{ st}$$

Svar: $10^{22}$ st

4135. Vi antar att en elektron överlämnar hela sin energi till röntgenfotonen. Dess våglängd blir då $\lambda$, där

$$\frac{hc}{\lambda} = e \cdot U$$

$$\lambda = \frac{hc}{e \cdot U} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,0 \cdot 10^{8}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 40 \cdot 10^{3}} \text{ m} =$$

$= 3,1 \cdot 10^{-11}$ m = 31 pm

Braggs lag:

$2 \cdot d \cdot \cos \alpha = k \cdot \lambda$

där $d$ är avståndet mellan atomlagren.

$2 \cdot d \cdot \cos 87,61^{o} = k \cdot 3,1 \cdot 10^{-11}$

Med större infallsvinkel borde man få en ny reflex med ett mindre värde på $k$.

Eftersom man inte får detta måste $k = 1$.

$$d = \frac{1 \cdot 3,1 \cdot 10^{-11}}{2 \cdot \cos 87,61^{o}} \text{ m} = 3,7 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

Svar: 0,37 nm

4136. 1000 $^{o}$C = 1273 K, 500 $^{o}$C = 773 K

Järnplåtens emittans $M = \frac{P}{A}$.

$P = M \cdot 2A$, där $M = \sigma \cdot T^4$ enligt Stefan-Boltzmanns lag. Järnplåten strålar ut energi från båda sidorna. Därför är den totala arean $2A$.

Efter tiden $t$ har plåten temperaturen $T$ och den har avgivit energin $E = c \cdot m \cdot \Delta T = c \cdot m \cdot (1273 - T) =$

$= c \cdot m \cdot 1273 - c \cdot m \cdot T$

$c$ är specifika värmekapaciteten för järn,

$c$ = 0,45 kJ/(kg · K), $m$ är järnplåtens massa,

$\rho$ är densiteten för järn, $\rho$ = 7870 kg/m$^3$

$m = \rho \cdot V$ = 7870 · 1,2 · 0,003 kg = 28,3 kg

Effekten $P = \frac{dE}{dt} = -c \cdot m \cdot \frac{dT}{dt}$

Vi får således: $M \cdot 2A = -c \cdot m \cdot \frac{dT}{dt}$

$$\sigma \cdot T^4 \cdot 2A = -c \cdot m \cdot \frac{dT}{dt}$$

Vi söker tiden $t$ då temperaturen $T$ = 773 K.

Ekvationen ovan är en differentialekvation, där vi försöker lösa ut $T$.

Ekvationen är separabel, vilket innebär att vi kan skriva

$$-\frac{\sigma \cdot 2A}{c \cdot m} \cdot dt = \frac{dT}{T^4}$$

Vi har därmed separerat variablerna så att variabeln $t$ förekommer endast i vänsterledet och variabeln $T$ endast i högerledet. Vi kan sedan integrera båda leden.

$$\int_0^t -\frac{\sigma \cdot 2A}{c \cdot m}\, dt = \int_{1273}^{773} \frac{dT}{T^4}$$

Vänsterledet integreras från $t = 0$ till sluttiden $t$ och högerledet över temperaturintervallet 1273 K – 773 K.

$$\int_0^t -\frac{\sigma \cdot 2A}{c \cdot m}\, dt = -\frac{\sigma \cdot 2A}{c \cdot m} \cdot t$$

$$\int_{1273}^{773} \frac{dT}{T^4} = \int_{1273}^{773} T^{-4}\, dT = \left[\frac{T^{-3}}{-3}\right]_{1273}^{773} = \left[\frac{1}{-3T^3}\right]_{1273}^{773} =$$

$$= \left[\frac{1}{-3T^3}\right]_{1273}^{773} = -\frac{1}{3 \cdot 773^3} + \frac{1}{3 \cdot 1273^3} = -5,60 \cdot 10^{-10}$$

Således: $-\frac{\sigma \cdot 2A}{c \cdot m} \cdot t = -5,60 \cdot 10^{-10}$

$$t = \frac{5,60 \cdot 10^{-10} \cdot c \cdot m}{\sigma \cdot 2A} =$$

$$= \frac{5,60 \cdot 10^{-10} \cdot 0,45 \cdot 10^{3} \cdot 28,3}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 1,2} \text{ s} = 52 \text{ s}$$

Om man inte vill eller kan använda sig av ovanstående ganska avancerade matematiska metod för att lösa differentialekvationen ovan, kan man använda en numerisk metod, Eulers stegmetod, med små successiva steg. Man kan då komma ganska nära det rätta svaret, 52 s.

Svar: 52 s