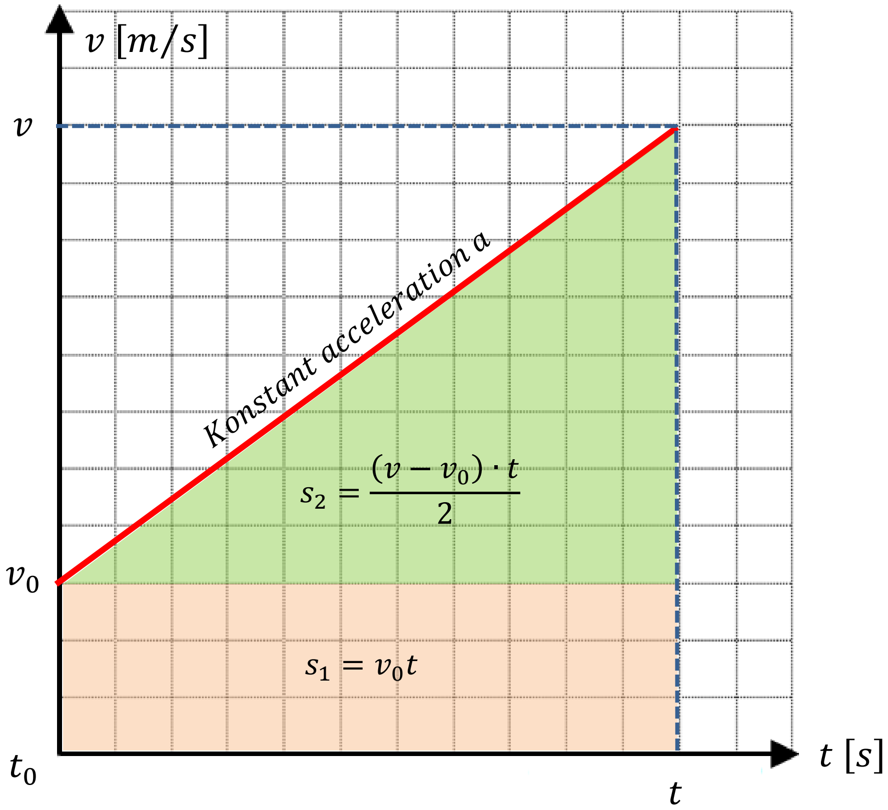
Kaströrelse

För att fullständigt känna till rörelsen av en kastad kropp, till exempel en tennisboll, ska man i varje givet ögonblick kunna ange

1. var föremålet befinner sig
2. vilken hastighet föremålet har
3. vilken acceleration föremålet har



$$v = v_0 + at$$

$$s = \textit{Arean under v-t diagrammet}$$

$$s = s_1 + s_2$$

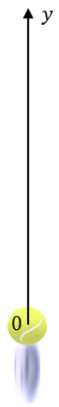
$$s_1 = v_0 t$$

$$s_2 = \frac{(v - v_0) \cdot t}{2} = \{v - v_0 = at\} = \frac{at^2}{2}$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Vertikalt kast

a) Vertikalt kast uppåt (Positiv riktning uppåt)



$$a = -g$$

$$v = v_0 - gt$$

$$s = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

b) Vertikalt kast nedåt (Positiv riktning neråt)

- Med begynnelsehastighet

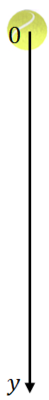
$v_0 > 0$

$$a = g$$

$$v = v_0 + gt$$

$$s = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

- Utan begynnelsehastighet (Fritt fall)



$v_0 = 0$

$$a = g$$

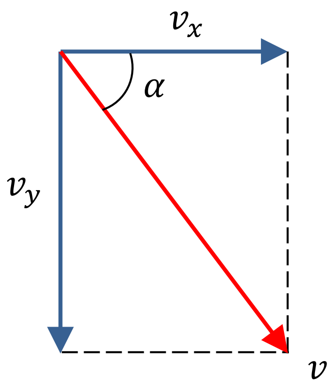
$$v = gt$$

$$s = \frac{gt^2}{2}$$

Horisontellt kast

Ett föremål som kastas horisontellt med begynnelsehastigheten v_{0x} kommer att röra sig både horisontellt i x-led och vertikalt i y-led samtidigt. Den enda kraft som påverkar föremålet, då det befinner sig i luften, är tyngdkraften mg. Det finns inte någon kraft på föremålet i x-led, och enligt Newtons andra lag inte heller någon acceleration i denna led. Slutsatsen är att i horisontellt led är hastigheten konstant. Föremålet påverkas alltså bara av accelerationen g i vertikal led. I y-led uppför sig föremålet precis som vid ett fritt fall utan begynnelsehastighet.

Om ett kastat föremål har hastighet i både x-led, v_x, och y-led, v_y, kan man bestämma föremålets hastighet v, med hjälp av Pythagoras sats.

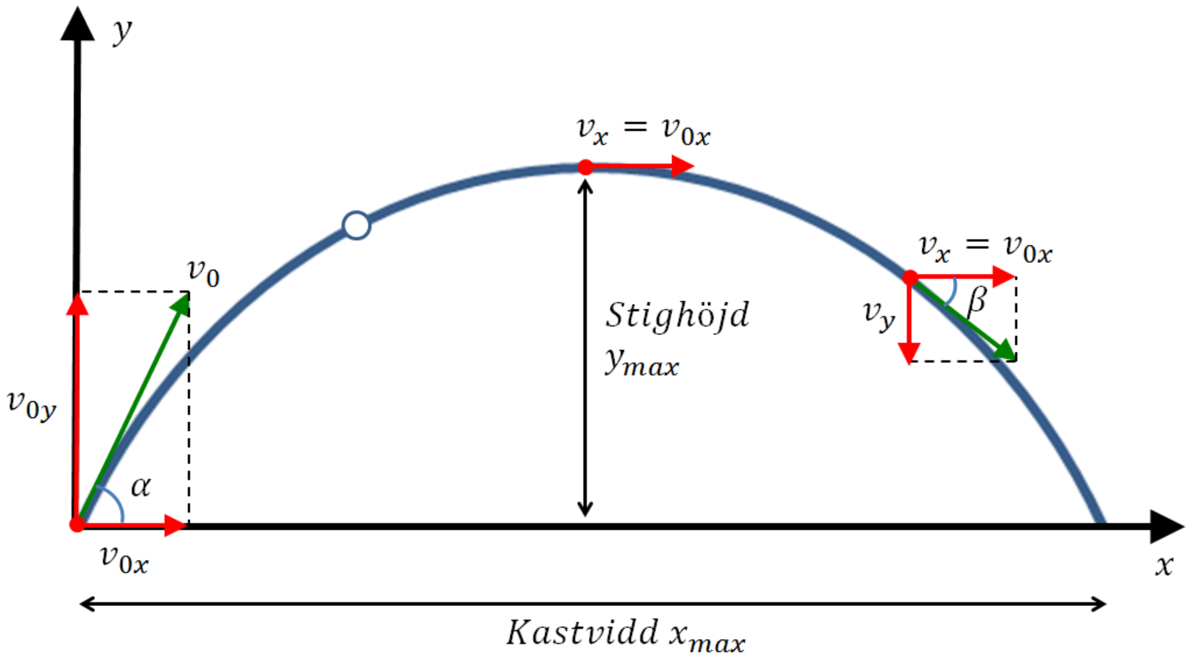


$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\alpha = tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

Snett kast



	x-led	**y-led**
Acceleration	$a_x = 0$	$a_y = -g$
Hastighet	$v_x = v_{0x} = v_0 \cdot cos\,\alpha$	$v_y = v_0 \cdot sin\,\alpha - gt$
Läge	$x = v_0 \cdot cos\,\alpha \cdot t$	$y = v_0 \cdot sin\,\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$
Den totala hastigheten	$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$	
Riktningen β	$\beta = tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$	

Stigtiden

I den högsta punkten är $v_y = 0$:

$$v_y = 0 \Rightarrow v_y = v_0 \cdot sin\,\alpha - gt = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 \cdot sin\,\alpha = gt \Rightarrow t = \frac{v_0 \cdot sin\,\alpha}{g}$$

Stigtiden:

$$t = \frac{v_0 \cdot sin\,\alpha}{g}$$

Stighöjden

Stigtiden insatt i läget i y-led ger stighöjden:

$$y_{max} = v_0 \cdot sin\,\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = \left\{t = \frac{v_0 \cdot sin\,\alpha}{g}\right\} =$$

$$= \frac{v_0^2 \cdot sin^2\,\alpha}{g} - \frac{v_0^2 \cdot sin^2\,\alpha}{2g} = \frac{v_0^2 \cdot sin^2\,\alpha}{2g}$$

Stighöjden:

$$y_{max} = \frac{v_0^2 \cdot sin^2\,\alpha}{2g}$$

Kastvidden

På grund av rörelsens symmetri tar det lika lång tid för det kastade föremålet att nå stighöjden som att falla ner igen, dvs. tiden för hela kastet är lika med den dubbla stigtiden.

$$x_{max} = v_0 \cdot cos\,\alpha \cdot t = \left\{t = \frac{2v_0 \cdot sin\,\alpha}{g}\right\} =$$

$$= v_0 \cdot cos\,\alpha \cdot \frac{2v_0 \cdot sin\,\alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \cdot sin\,\alpha \cdot cos\,\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot sin\,2\alpha}{g}$$

Kastvidden:

$$x_{max} = \frac{v_0^2 \cdot sin\,2\alpha}{g}$$